

Co już potrafimy:

1. Wiemy jak liczyć statykę płynów (równowaga).
2. Wiemy jak liczyć liczbę Reynoldsa (i co ona oznacza).
3. Wiemy jak liczyć opory liniowe i miejscowe w przepływie.

Czego się dziś dowiemy:

1. Jak rozumieć równanie Bernoulliego.
2. Jak rozwiązywać równania Bernoulliego (krok po kroku).
3. Jakie są sposoby pomiarów natężenia przepływu.

RÓWNANIE BERNOULLIEGO

Przedstawia przybliżoną zależność pomiędzy ciśnieniem, prędkością i położeniem (wysokością). Obowiązuje dla przepływów ustalonych płynów nieściśliwych, gdzie **opory przepływu są zanedbywane**.



Efekty lepkości są znikome

$$p + \rho \cdot g \cdot z + \frac{\rho \cdot u^2}{2} = \text{const}$$

Zasada zachowania energii mechanicznej



Różne formy energii przechodzą jedna w drugą – ale ich suma jest zawsze stała!

Dla cieczy idealnej, znajdującej się w ruchu ustalonym pod działaniem wyłącznie siły ciężenia, suma wysokości: prędkości, ciśnienia i położenia jest wielkością stałą.

$$p + \rho \cdot g \cdot z + \frac{\rho \cdot u^2}{2} = \text{const}$$

**Ciśnienie
statyczne**



Aktualne ciśnienie
płynu

**Ciśnienie
związane z
wysokością**

**Ciśnienie
dynamiczne**



Związane z energią
kinetyczną

RÓWNANIE BERNOULLIEGO –ZASTOSOWANIA

- Analiza przepływów w instalacjach
- Spryskiwacze, rozpylacze, palniki
- Siła nośna latawca, skrzydeł samolotu, ptaków, owadów
- Szybowanie owoców i nasion
- Zrywanie dachów przez wiatr
- Przewietrzanie gleby

RÓWNANIE BERNOULLIEGO - OGRANICZENIA

1. Przepływ ustalony
2. Przepływ idealny – bez strat
3. Płyn jest nieściśliwy
4. Nie ma wymiany ciepła
5. Przepływ odbywa się wzdłuż linii prądu
6. Nie można wprowadzać urządzeń zaburzających linie prądu (pompy, turbiny, wentylatory)

Procedura korzystania z równania Bernoulliego



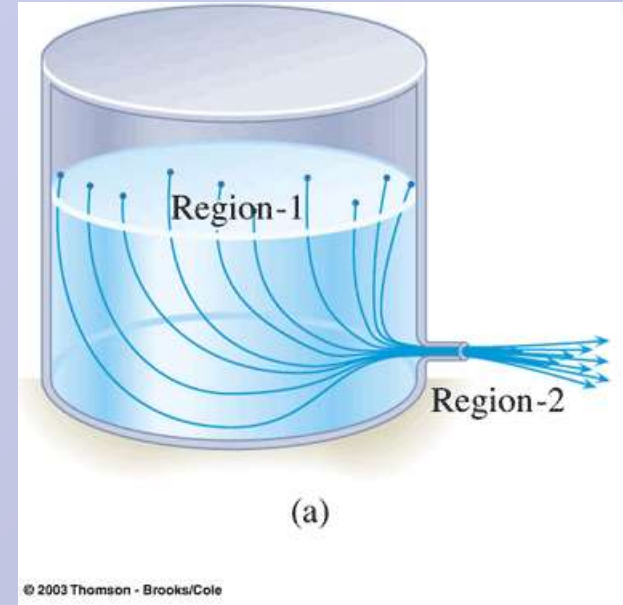
1. wybór przekrojów obliczeniowych,
2. przyjęcie poziomu porównawczego,
3. przyjęcie założeń upraszczających,
4. rozwiązanie równanie Bernoulliego.

Zastosowanie równania Bernoulliego – wypływ cieczy ze zbiornika małym otworem

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2}$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow

p_b $u_1 = 0$ p_b $z_2 = 0$



$$\rho \cdot g \cdot z_1 = \frac{\rho \cdot u_2^2}{2}$$

$$u_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot z_1}$$

Wzór Toricellego

Obliczyć wartość natężenia przepływu na wylocie z rurociągu dla schematu pokazanego na Rys. 2 (ciecz idealna) dla następujących danych;

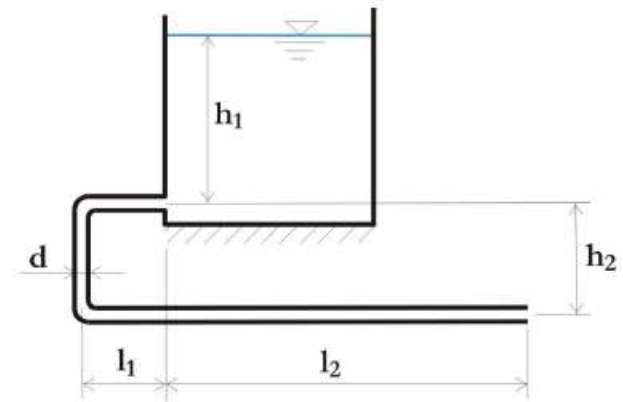
$$h_1 = 3,0 \text{ m,}$$

$$h_2 = 1,5 \text{ m,}$$

$$l_1 = 2,0 \text{ m,}$$

$$l_2 = 14 \text{ m,}$$

$$d = 2,5 \text{ cm.}$$



<http://matrix.ur.krakow.pl/>

3. Zapisanie równania Bernoulliego dla wybranych przekrojów

$$\begin{array}{ccccccc}
 p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} & = & p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 p_{\text{atm}} & & h_1 + h_2 & & 0 & & 0
 \end{array}$$

$$\rho \cdot g(h_1 + h_2) = \frac{\rho \cdot u_2^2}{2} \quad \longrightarrow \quad u_2 = \sqrt{2g(h_1 + h_2)} = 9,4 \text{ m/s}$$

$$\dot{V} = A_2 \cdot u_2 = \frac{\pi d^2}{4} u_2 = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$$

W przepływie cieczy rzeczywistej występują nieodwracalne straty energii w kierunku przepływu.



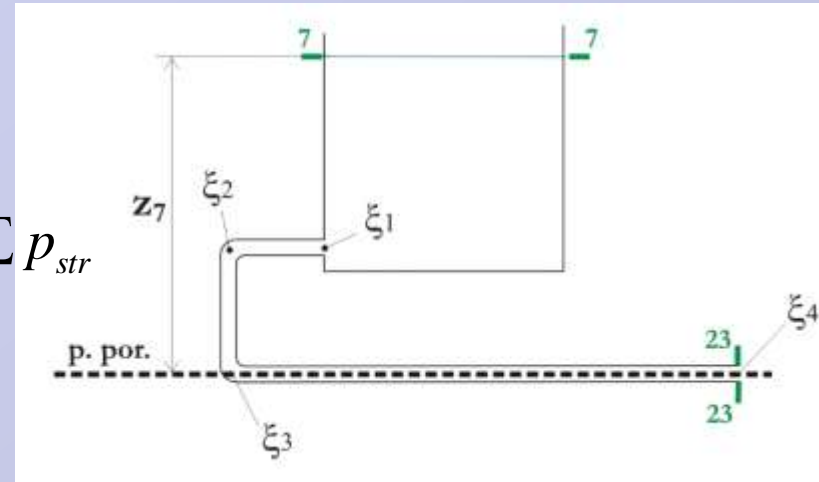
Punkty w dalszych odcinkach mają mniejszą energię – równanie Bernoulliego nie jest spełnione



Aby obie strony równania były sobie równe konieczne jest uwzględnienie strat przepływu!

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2} + \Delta p_{strat}$$

Ten sam układ – ciecz rzeczywista – lepkość!



<http://matrix.ur.krakow.pl/>

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho \cdot u_1^2}{2} = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho \cdot u_2^2}{2} + \sum p_{str}$$

$$\rho \cdot g(h_1 + h_2) = \frac{\rho \cdot u_2^2}{2} + \sum p_{str}$$

$$h_1 + h_2 = \frac{u_2^2}{2g} + \sum h_{str} \longrightarrow \sum h_{str} = \Delta h_{liniowe} + \Delta h_{miejscowe}$$

$$\Delta h_{liniowe} = \lambda \frac{2l_1 + l_2 + h_2}{d} \frac{u^2}{2g}$$

$$\Delta h_{miejscowe} = \sum \xi \frac{u^2}{2g}$$

$$\lambda = 0,052$$

$$\sum \xi = 1,02$$

$$\sum h_{str} = 38,14 \frac{u_2^2}{2g}$$

$$h_1 + h_2 = \frac{u_2^2}{2g} + 38,14 \frac{u_2^2}{2g}$$

$$\longrightarrow u_2 = \sqrt{\frac{2g(h_1 + h_2)}{39,14}} = 1,52 \text{ m/s}$$

$$\dot{V} = A_2 \cdot u_2 = \frac{\pi d^2}{4} u_2 = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{s}$$

POMIARY NATEŻENIA PRZEPIYU

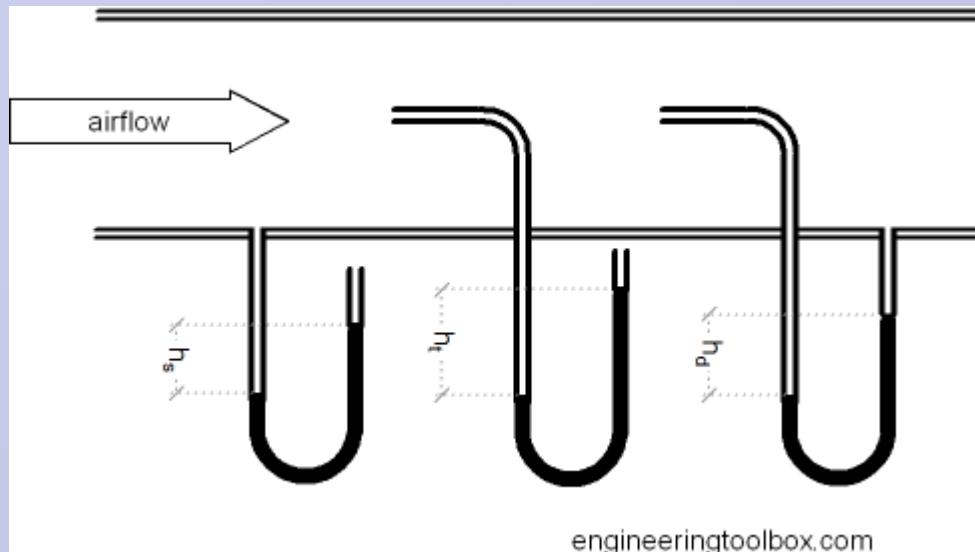
W zależności od potrzeb:

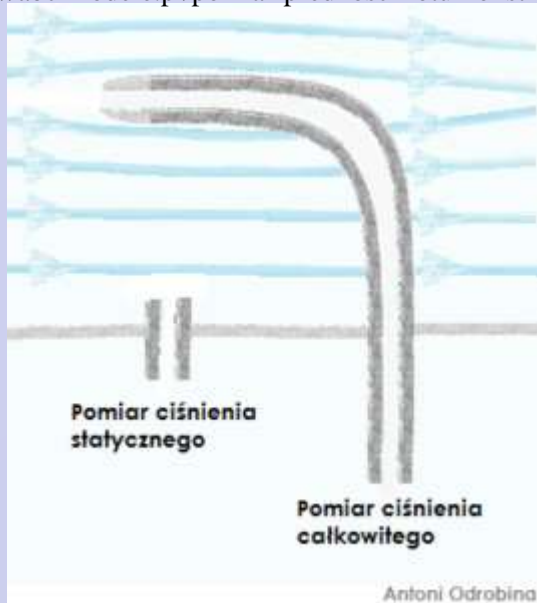
- Dokładność
- Wielkość
- Koszt
- Zakres
- Rodzaj przetwarzanego płynu

Rurka Pitota

Jest to rurka zgięta pod kątem 90° , umożliwia pomiar ciśnienia całkowitego w trakcie przepływu w określonym miejscu.

Jej różne modyfikacje umożliwiają również pomiar ciśnienia statycznego i dynamicznego.

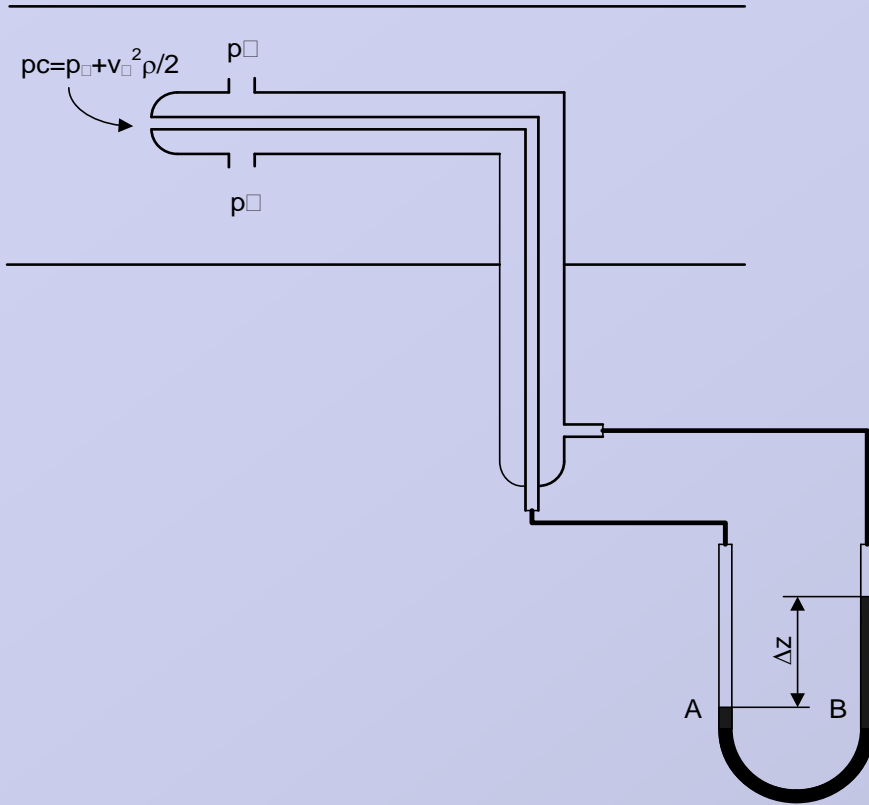




błąd pomiaru nie przekracza 1%

Liczby Reynolds'a 500 - 3000

Rurka Prandla



$$p_A = p_\infty + \frac{u_\infty^2 \rho}{2} + \rho g \Delta z$$

$$p_B = p_\infty + \rho_m g \Delta z$$

Po porównaniu:

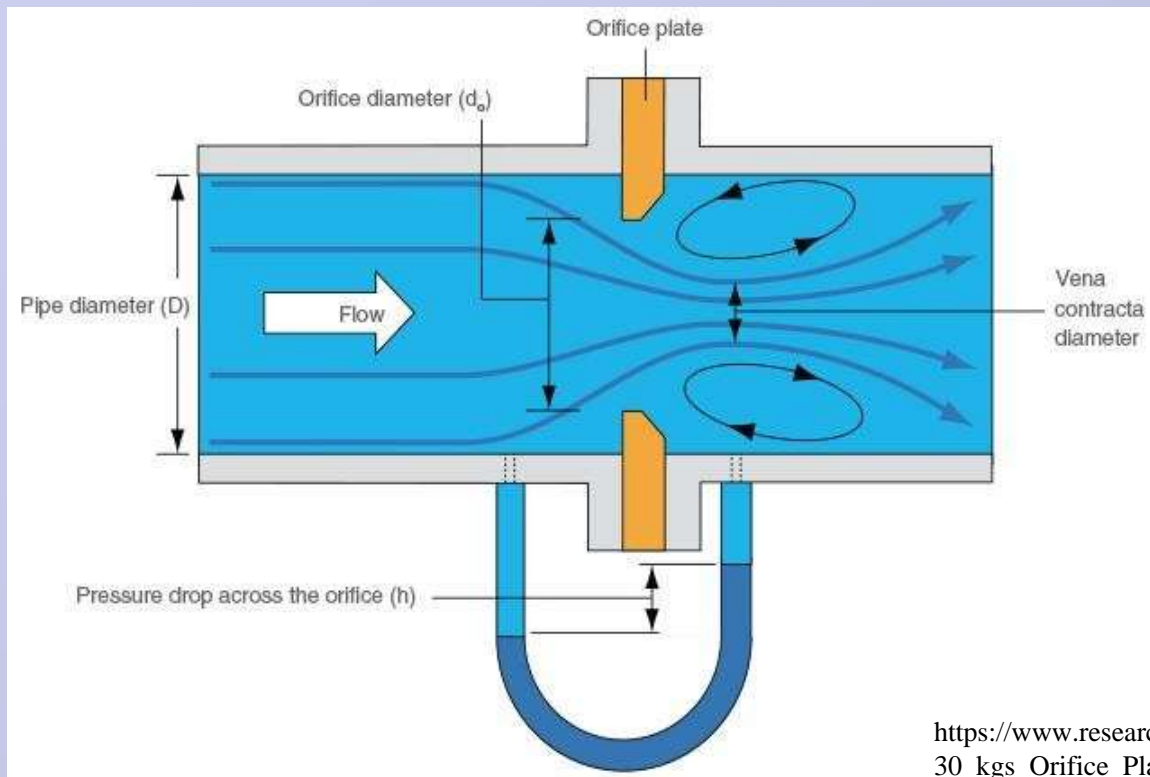
$$u_\infty = \sqrt{\frac{(\rho_m - \rho) g \Delta z}{\rho}}$$

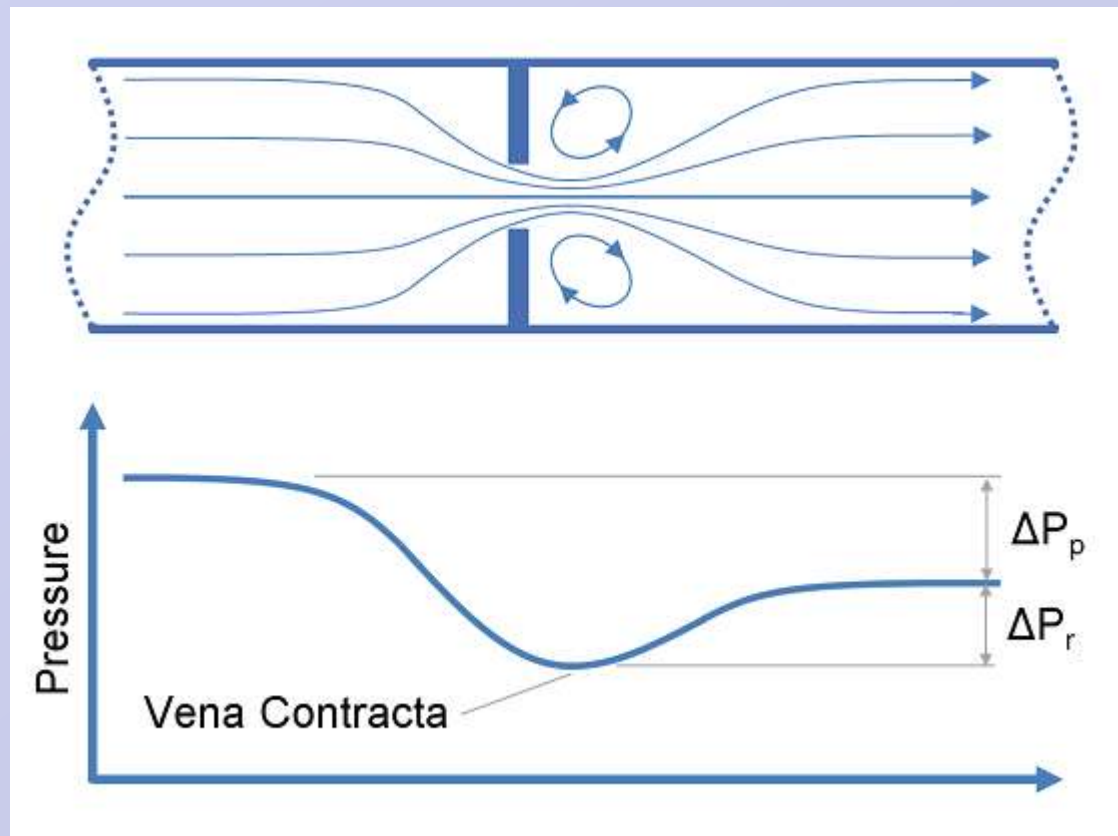
KRYZY (ZWĘŻKI) I DYSZE POMIAROWE

Tani i popularny sposób



- element powodujący spadek ciśnienia - zwężka,
- element do pomiaru różnicy ciśnień statycznych przed i za zwężką - manometr, najczęściej różnicowy, w jednostkach strumienia przepływu





https://neutrium.net/fluid_flow/calculation-of-flow-through-nozzles-and-orifices/

1. Strumień cieczy przepływający w przewodzie ulega przed zwężką przewężeniu.
2. W pewnej odległości za zwężką strumień osiąga minimalny przekrój, po czym strumień rozszerza się stopniowo wypełniając całą objętość przewodu.
3. Ciśnienie płynu przed kryzą nieco wzrasta i zmniejsza się do minimum za kryzą w najwęższym przekroju strumienia.
4. Dalej wskutek spadku prędkości ciśnienie znów wzrasta, nie osiągając jednak wartości ciśnienia przed zwężką - strata części ciśnienia jest wywołana stratą energii na tarcie i tworzenie się wirów.

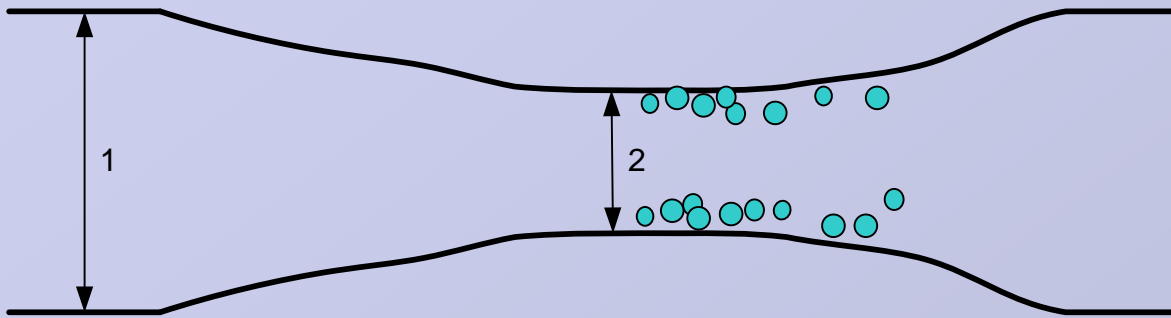
Zjawiska towarzyszące przepływowi przez przewężenia

Kawitacja

→ Obniżenie ciśnienia do bardzo niskich wartości (bliskich ciśnieniu parowania) powoduje lokalne wrzenie ciecchy

→ Sprzyjają jej:

- zbyt niskie ciśnienie
- wzrost prędkości
- nagłe zmiany kierunku i prędkości przepływu



Po przejściu przez przewężenie struga uspokaja się, ciśnienie wzrasta, pęcherzyki się skraplają, przepływ znów staje się jednofazowy



Ale ma mniejszą energię – strata spowodowana kawitacją!

Jak zapobiegać kawitacji w instalacjach?

1. Unikać konstrukcji, które sprzyjają kawitacji (np. przewężenia)
2. Podnieść poziom ciśnienia w przewodach
3. Obniżyć temperaturę cieczy

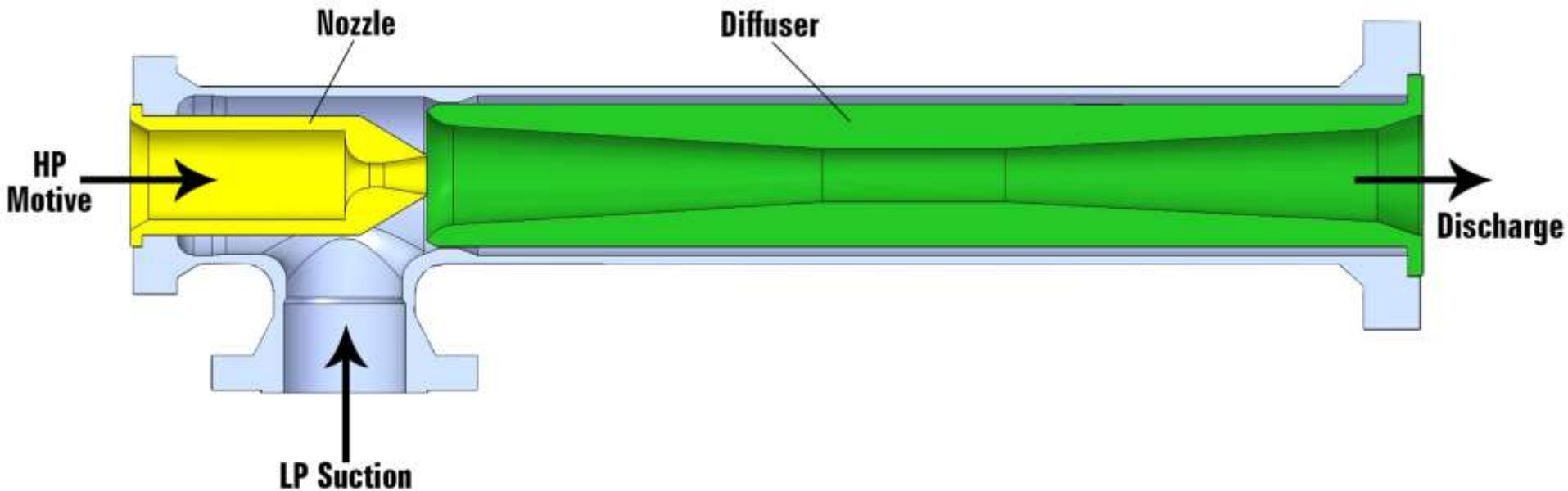
Kryterium szans wystąpienia kawitacji jest określone **współczynnikiem kawitacji**:

$$\sigma_{kaw} = \frac{p - p_{pary}}{\frac{u^2}{2} \rho} \longrightarrow \text{Stosunek różnicy ciśnień przed przewężeniem i ciśnieniem wrzenia cieczy do ciśnienia dynamicznego}$$

Ejekcja

→ Obniżenie ciśnienia do bardzo niskich wartości (ale wyższych od p_{kaw}) powoduje zjawisko zasysania płynu (efekt ssącego działania strumienia strugi).

↓
Podstawa działania strumienic (ejektorów)

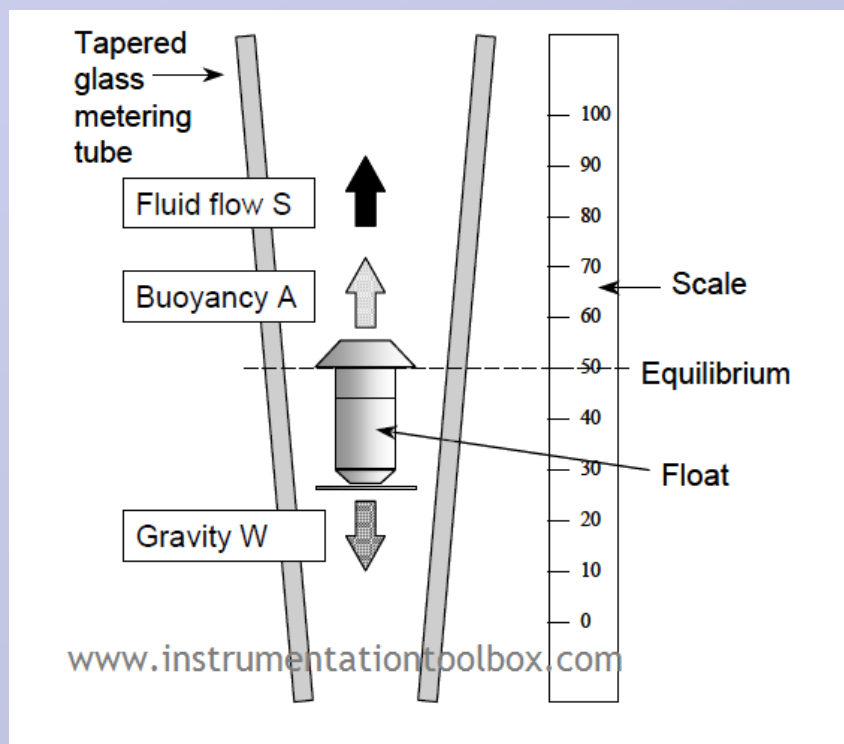


ROTOMETRY

przyrządy zwężkowe - pole przewężenia jest stałe - spadek ciśnienia zmienia się w zależności od natężenia przepływu

rotametry - spadek ciśnienia jest w przybliżeniu stały - pole przekroju przewężenia (między pływakiem a ścianą) zmienia się podczas unoszenia się pływaka.

Rotometr można uznać za pewien rodzaj zwężki o zmiennym przekroju



Przepływomierz ultradźwiękowy

zjawisko Dopplera



odbierana częstotliwość drgań jest większa przy zbliżaniu się źródła drgań do obserwatora, a mniejsza przy oddalaniu

bezkontaktowy pomiar zewnętrzny

pomiar typu "Transit-time"



pomiar czasu przejścia fali (różnicy)

Czego się dziś dowiedzieliśmy:

1. Jak rozumieć równanie Bernoulliego.
2. Jak rozwiązywać równania Bernoulliego (krok po kroku).
3. Jak działają rurki piezometryczne, rurka Pitota, rurka Prandtla.
4. Jakie są sposoby pomiarów natężenia przepływu.

Kahoot!