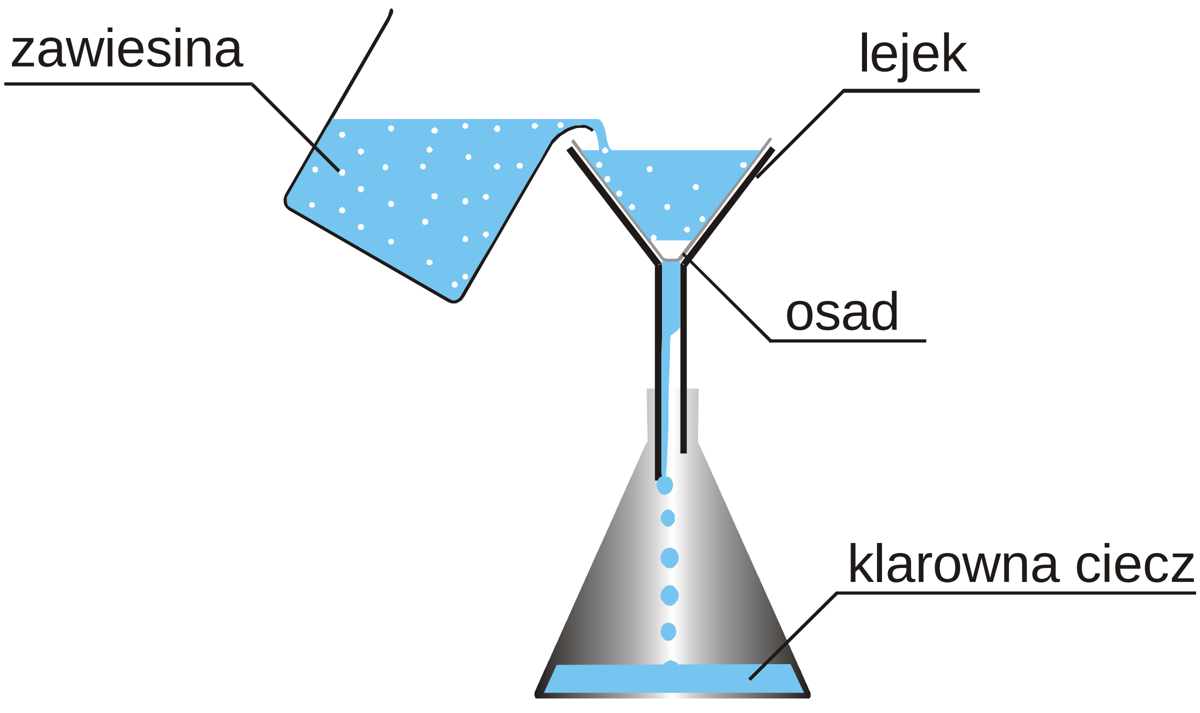
Wykład 6

Filtracja

Filtracja



Filtracja

Oddzielanie cząstek ciała stałego od cieczy (lub gazu) należy do **procesów separacji faz**.

Po jednej stronie przegrody filtracyjnej panuje **inne ciśnienie** niż po drugiej.

W czasie filtracji na **przegrodzie filtracyjnej** (lub czasami w jej wnętrzu) osadzają się cząstki stałe, a klarowna ciecz przechodzi na drugą stronę przegrody.

Proces filtracji zachodzi dzięki temu, że **istnieje różnica ciśnień**, a przeszkadza mu **opór warstwy filtrującej**.
W sposób intuicyjny zapisać równanie określające **szybkość procesu** w postaci:

$$\frac{dV_f}{A\,d\tau} = \frac{\Delta p}{R}$$

Filtracja

Opór R o wymiarze [N s/m^3] składa się z dwóch składników:

1. **oporu samej podpory filtracyjnej** (może to być tkanina filtracyjna)
2. **oporu warstwy filtrującej** (może ją stanowić powstający osad)

$$R = R_{pf} + R_{os}$$

Dwa cele procesu:

1. oczyszczenie zawiesiny ciekłej lub gazowej z niepożądanych cząstek stałych – **filtracja oczyszczająca**

2. produktem jest ciało stałe – **filtracja rozdzielająca**

Filtracja

Filtracja oczyszczająca - inaczej wgłębna lub objętościowa

przegroda ma znaczną grubość, a cząstki stałe osadzają się w jej objętości

Filtracja rozdzielająca - inaczej filtracja plackowa

cząstki stałe osadzają się na powierzchni przegrody filtracyjnej stanowiąc dodatkową warstwę filtrującą

Przegrody filtracyjne muszą być **okresowo oczyszczane**,
aby opór przepływu wytwarzany podczas osadzania cząstek był jak najmniejszy.

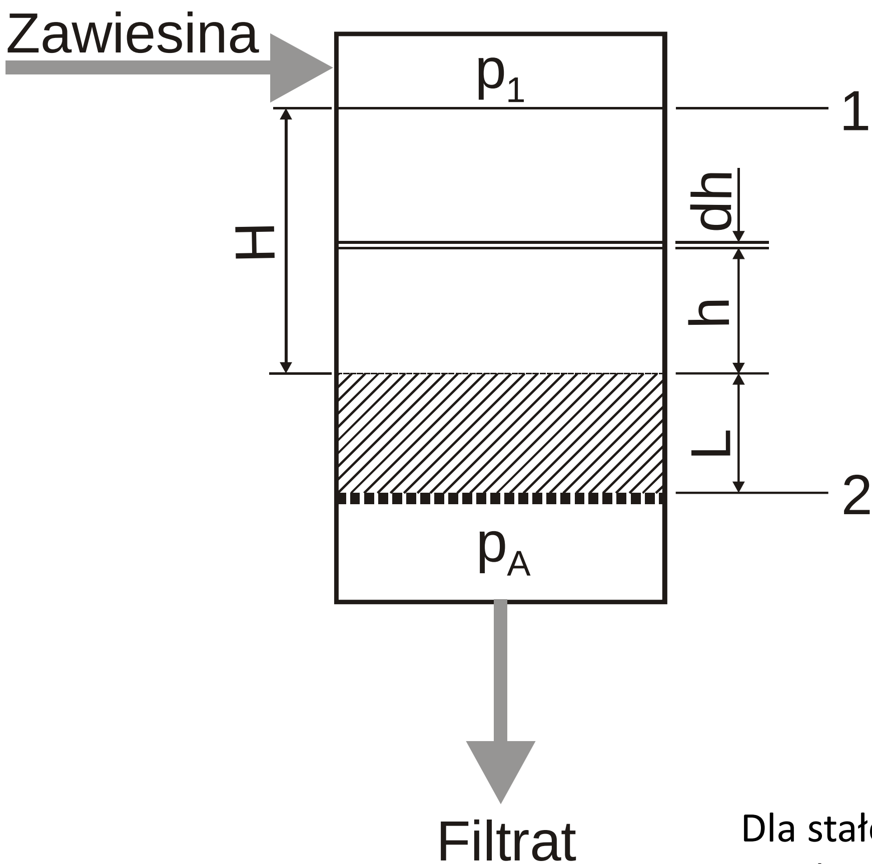
Filtracja wgłębna

Przegroda filtracyjna to najczęściej warstwa zbudowana z porowatego materiału:

1. gruba tkanina
2. warstwa dużych cząstek stałych

- Oczyszczanie wody z osadów powstających w czasie natleniania surowej wody w zakładach produkcji wody pitnej – warstwa usypanych żwirów o różnej granulacji
- Odkurzanie – gruba porowata dzianina na wylocie wstępnie oczyszczonego powietrza

Filtracja wgłębna



Jeśli proces filtracji zachodzi tylko **pod wpływem sił grawitacji**, to ciśnienie nad zawiesiną i pod podporą warstwy filtrującej **jest jednakowe** (atmosferyczne).

Siłą napędową procesu jest **różnica ciśnień wywołana przez słup cieczy**.

- Jeśli zawiesina podawana jest okresowo, to **wysokość** warstwy filtrującej **maleje w sposób ciągły**,
- jeśli strumień dopływu zawiesiny równy jest strumieniowi odbioru filtratu, to **wysokość warstwy cieczy** nad warstwą filtrującą **jest stała**.

Dla stałej wysokości H oraz $p_1 \neq p_A$ równanie Bernoulliego dla przekrojów 1 i 2 ma postać:

$$p_1 + (H + L)\rho g = p_A + \Delta p_f$$

Δp_f – spadek ciśnienia związany z porami filtracji

Filtracja wgłębna

$$p_1 + (H + L)\rho\, g = p_A + \Delta p_f$$

Jeśli wprowadzimy, że: $p_1 - p_A = \Delta p_n$

to: $\Delta p_n + (H + L)\rho\, g = \Delta p_f$

Opory przepływu filtratu przepływającego przez warstwę usypanego złoża w warunkach laminarnych obliczamy z równania Mc Leva:

$$\Delta p_f = \frac{200\,(1 - \varepsilon_{os})^2\, \psi^2\, \eta}{\varepsilon_{os}^3}\, \frac{L}{d_z^2}\, w$$

Prędkość obliczana jest ze strumienia objętości filtratu:

$$w = \frac{\dot{V}_f}{A}$$

Filtracja wgłębna

Strumień objętości filtratu (objętościowa szybkość filtracji, m^3/s):

$$\frac{dV_f}{d\tau} = \frac{d_z^2\ A}{L} \frac{\varepsilon_{os}^3}{200\left(1-\varepsilon_{os}\right)^2\ \psi^2\ \eta}\left(\Delta p_n + \left(H+L\right)\rho\ g\right)$$

Wprowadzając stałą filtracji:

$$k_f = \frac{d_z^2\ \varepsilon_{os}^3}{200\left(1-\varepsilon_{os}\right)^2\ \psi^2\ \eta} \qquad \left[\frac{kg}{m\ s^2}\right]$$

$$\boxed{\frac{dV_f}{d\tau} = k_f\ \frac{A}{L}\ \left[\Delta p_n + \left(H+L\right)\rho\ g\right]}$$

gdy $\Delta p_n = 0$

$$\boxed{\frac{dV_f}{d\tau} = k_f\ \frac{A}{L}\left(H+L\right)\rho\ g}$$

Równania są prawdziwe dla stałej wysokości cieczy nad warstwą filtrującą H

Filtracja wgłębna

Gdy wysokość cieczy nad przegrodą maleje – szybkość filtracji również maleje

(równanie opisujące szybkość filtracji zapisujemy zatem dla pewnego różniczkowego przedziału czasu $d\tau$):

$$dV_f = -A\,dh$$

$$\frac{-A\,dh}{d\tau} = k_f\,\frac{A}{L}\left(\Delta p_n + (h + L)\rho\,g\right)$$

$$d\tau = \frac{-dh}{\frac{k_f}{L}\left(\Delta p_n + (h + L)\rho\,g\right)}$$

$$d\tau = \frac{-dh}{\frac{k_f}{L}\left(\Delta p_n + (h+L)\rho g\right)}$$

Filtracja wgłębna

Całkowanie w granicach $\tau = 0 \rightarrow \tau = \tau$ oraz $h = H_p \rightarrow h = H_k$ pozwala otrzymać zależność na obliczanie czasu opadania lustra zawiesiny:

$$\tau = \frac{L}{k_f \rho g} \ln \frac{\Delta p_n + (H_p + L)\rho g}{\Delta p_n + (H_k + L)\rho g}$$

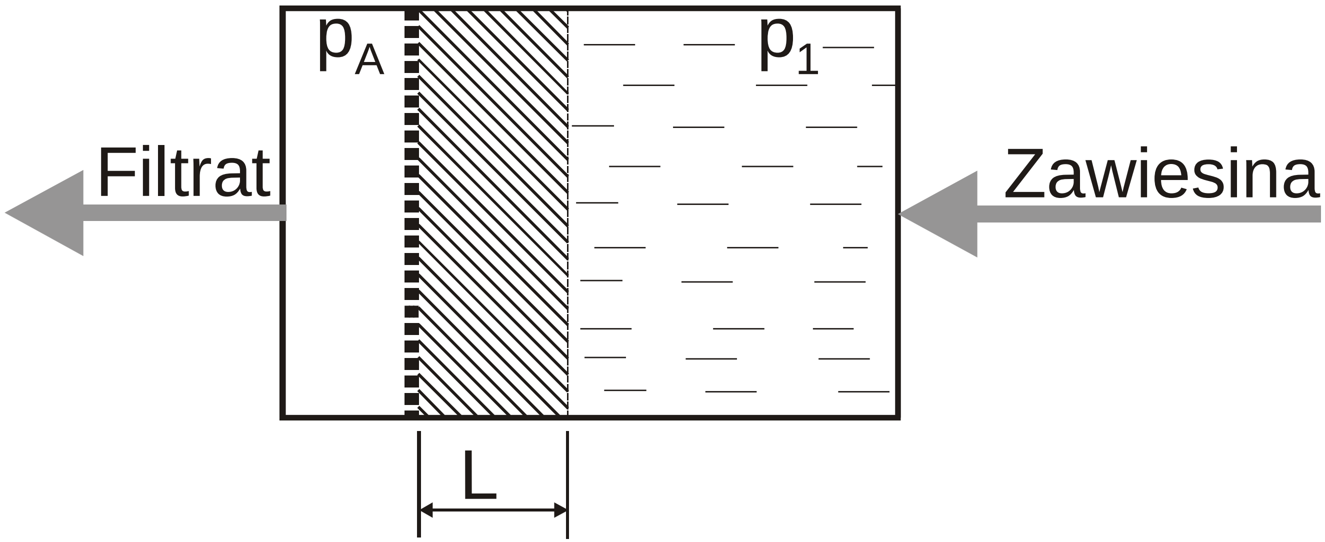
Jeśli filtracja zachodzi pod działaniem tylko sił grawitacji, to czas obniżania się lustra zawiesiny:

$$\tau = \frac{L}{k_f \rho g} \ln \frac{H_p + L}{H_k + L}$$

Wówczas czas opadania lustra zawiesiny do poziomu warstwy filtrującej:

$$\tau = \frac{L}{k_f \rho g} \ln\left(1 + \frac{H_p}{L}\right)$$

Filtracja plackowa (powierzchniowa)



Dla pionowej przegrody filtracyjnej różnica wysokości przed i za przegrodą wynosi zero, więc ciśnienia można opisać zależnością:

$$p_1 = p_A + \Delta p_R + \Delta p_t$$

czyli: $$p_1 - p_A = \Delta p = \Delta p_R + \Delta p_t$$

Δp_R – opór powstający podczas przepływu cieczy przez warstwę osadu,
Δp_t – opór powstający podczas przepływu przez podporę filtracyjną.

Filtracja plackowa (powierzchniowa)

Δp_R obliczamy z równania Mc Levy

$$\Delta p_R = \lambda \frac{H}{d_z} \frac{w^2 \rho}{2} \frac{(1-\varepsilon)^{3-n}}{\varepsilon^3} \psi^{3-n}$$

$$\lambda = \frac{400}{Re}$$

$$\boxed{\Delta p_R = r_{os}\, \eta \frac{L}{A} \frac{dV_f}{d\tau}}$$

$$r_{os} = \frac{200\,(1-\varepsilon_{os})^2\, \psi^2}{d_z^2\, \varepsilon_{os}^3}$$

Opór właściwy osadu

Opór właściwy osadu jest **proporcjonalny do strumienia filtratu i grubości osadu**

$$\boxed{\Delta p_t = r_t\, \eta \frac{1}{A} \frac{dV_f}{d\tau}}$$

Całkowity spadek ciśnienia na filtrze

$$\Delta p = r_{os}\, \eta \frac{L}{A} \frac{dV_f}{d\tau} + r_t\, \eta \frac{1}{A} \frac{dV_f}{d\tau} = \left(r_{os}\, \eta \frac{L}{A} + r_t\, \eta \frac{1}{A} \right) \frac{dV_f}{d\tau} = R \frac{dV_f}{d\tau}$$

Filtracja plackowa (powierzchniowa)

$$\Delta p = r_{os}\,\eta\,\frac{L}{A}\,\frac{dV_f}{d\tau} + r_t\,\eta\,\frac{1}{A}\,\frac{dV_f}{d\tau} = \left(r_{os}\,\eta\,\frac{L}{A} + r_t\,\eta\,\frac{1}{A}\right)\frac{dV_f}{d\tau} = R\,\frac{dV_f}{d\tau}$$

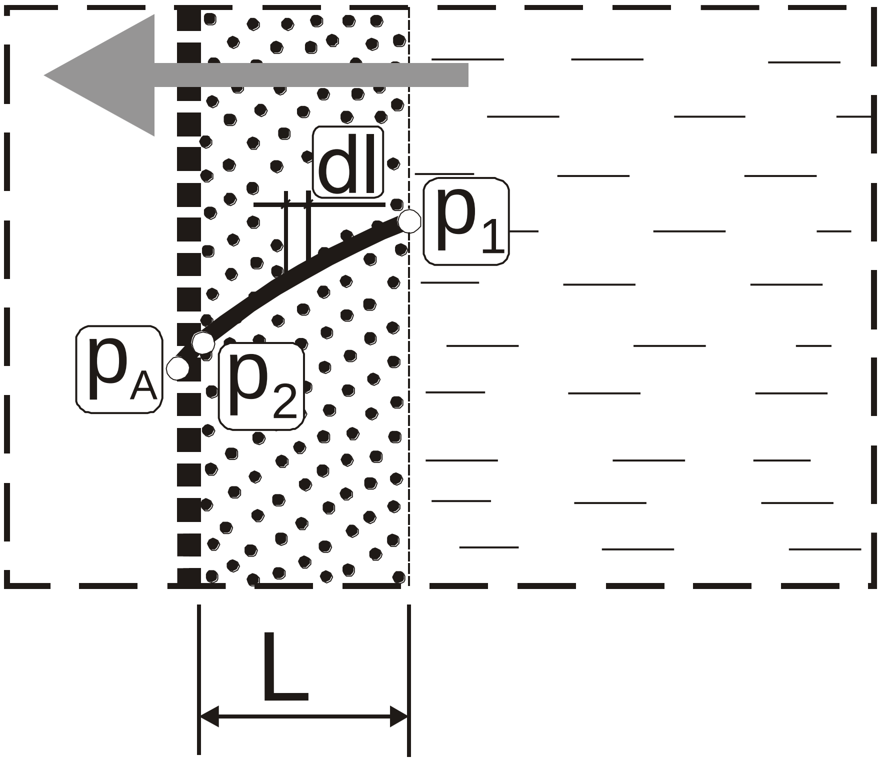
Stąd uzyskuje się równanie na szybkość filtracji:

$$\boxed{\frac{dV_f}{d\tau} = \frac{\Delta p}{R}}$$

Gdzie całkowity opór składa się z oporu placka filtracyjnego R_{os} oraz oporu tkaniny filtracyjnej R_t

$$R = r_{os}\,\frac{L}{A}\,\eta + r_t\,\eta\,\frac{1}{A} = R_{os} + R_t$$

Filtracja plackowa z osadem ściśliwym



Warstwa osadu o **różniczkowej grubości dl** stawia opór proporcjonalny do tak zwanego **zgniotu Δpz** zgodnie z następującą zależnością:

$$r_{os} = \frac{(\Delta p_z)^s}{b}$$

Współczynnik ściśliwości

$$\Delta p_z = p_1 - p$$

Aby obliczyć opór stawiany przez osad ściśliwy, równanie zapisujemy w postaci różniczkowej:

$$dR_{os} = \frac{(\Delta p_z)^s}{b} \eta \frac{1}{A} dl$$

Strumień filtratu:

$$\frac{dV_f}{d\tau} = \frac{dp}{dR_{os}} = \frac{p_1 - p_2}{R_{os}} = \frac{\Delta p_{os}}{R_{os}}$$

Filtracja plackowa z osadem ściśliwym

$$\frac{R_{os}}{\Delta p_{os}}\,dp = \frac{(\Delta p_z)^s}{b}\,\eta\,\frac{1}{A}\,dl$$

$$dR_{os} = \frac{(\Delta p_z)^s}{b}\,\eta\,\frac{1}{A}\,dl$$

$$\frac{dV_f}{d\tau} = \frac{dp}{dR_{os}} = \frac{p_1 - p_2}{R_{os}} = \frac{\Delta p_{os}}{R_{os}}$$

Pamiętając, że:

$$dp = -d(\Delta p_z)$$

$$-\frac{d(\Delta p_z)}{(\Delta p_z)^s} = \frac{\Delta p_{os}\,\eta}{R_{os}\,b\,A}\,dl$$

$$\int_{\Delta p_{os}}^{0}\frac{d(\Delta p_z)}{(\Delta p_z)^s} = \frac{\Delta p_{os}\,\eta}{R_{os}\,b\,A}\int_0^L dl$$

Stąd opór osadu ściśliwego:

$$R_{os} = \frac{1-s}{b}\,(\Delta p_{os})^s\,\eta\,\frac{L}{A}$$

rozkład ciśnienia

$$p = p_1 - \Delta p_{os}\left(1-\frac{l}{L}\right)^{\frac{1}{1-s}}$$

L

Filtracja
przy zmiennej grubości osadu

$$V_s = L\,A\left(1-\varepsilon_{os}\right)$$

$$m_s = V_s\,\rho_s = L\,A\left(1-\varepsilon_{os}\right)\rho_s$$

$$V_f = \frac{m_s}{c_m} = \frac{L\,A\left(1-\varepsilon_{os}\right)\rho_s}{c_m}$$

kg ciała stałego/m^3 filtratu

Grubość placka filtracyjnego:

$$L = \frac{V_f\,c_m}{A\left(1-\varepsilon_{os}\right)\rho_s}$$

Tak wyliczoną grubość L wstawia się do wzoru na opór osadu:

$$R_{os} = \frac{1-s}{b}\,\frac{\eta\left(\Delta p_{os}\right)^s c_m}{\left(1-\varepsilon_{os}\right)\rho_s}\,\frac{V_f}{A^2}$$

Dla osadu ściśliwego i nieściśliwego:

$$\boxed{R_{os} = a\,\eta\left(\Delta p_{os}\right)^s c_m\,\frac{V_f}{A^2}}$$

$$a = \frac{1-s}{b\left(1-\varepsilon_{os}\right)\rho_s}$$

Opór właściwy osadu ściśliwego

L

Filtracja przy zmiennej grubości osadu

$$R_{os} = a\,\eta\,(\Delta p_{os})^s\,c_m\,\frac{V_f}{A^2}$$

$$\frac{dV_f}{d\tau} = \frac{\Delta p}{R}$$

$$\frac{dV_f}{d\tau} = \frac{\Delta p}{\dfrac{\eta}{A}\left(a\,(\Delta p_{os})^s\,c_m\,\dfrac{V_f}{A} + r_t\right)}$$

Spadek ciśnienia na osadzie zastępujemy całkowitym spadkiem ciśnienia na osadzie i tkaninie:

$$\Delta p_{os} = p_1 - p_z \approx \Delta p$$

Szybkość filtracji plackowej:

$$\boxed{\frac{dV_f}{A\,d\tau} = \frac{\Delta p}{\eta\left(a\,(\Delta p)^s\,c_m\,\dfrac{V_f}{A} + r_t\right)}}$$

Równanie Rutha-Carmana

Filtracja plackowa przy stałej różnicy ciśnień

Proces filtracji plackowej można wykonywać na dwa sposoby:

1. utrzymywanie stałej różnicy ciśnień przed i za przegrodą filtracyjną
2. zachowanie stałej szybkości odbioru filtratu

$$\frac{dV_f}{A\, d\tau} = \frac{\Delta p}{\eta \left(a\, (\Delta p)^s\, c_m\, \frac{V_f}{A} + r_t \right)}$$

Dla przypadku 1. w równaniu Rutha-Carmana Δp = const, zatem rozdzielając zmienne otrzymujemy:

$$A\, \Delta p\, d\tau = \eta \left(a\, (\Delta p)^s\, c_m\, \frac{V_f}{A} + r_t \right) dV_f$$

Filtracja plackowa przy stałej różnicy ciśnień

Po scałkowaniu w granicach:

$$\tau = 0 \rightarrow \tau = \tau \qquad V_f = 0 \rightarrow V_f = V_f$$

otrzymuje się zależność: $$\tau = \frac{\eta\, r_t}{\Delta p} \frac{V_f}{A} + \frac{a\, c_m\, \eta}{2\,(\Delta p)^{1-s}} \left(\frac{V_f}{A}\right)^2$$

Po przekształceniu i wprowadzeniu pewnych oznaczeń:

$$\frac{2\,(\Delta p)^{1-s}\, A^2}{a\, c_m\, \eta}\,\tau = \frac{2\,(\Delta p)^{1-s}\, A^2}{a\, c_m\, \eta} \frac{\eta\, r_t}{\Delta p} \frac{V_f}{A} + V_f^2$$

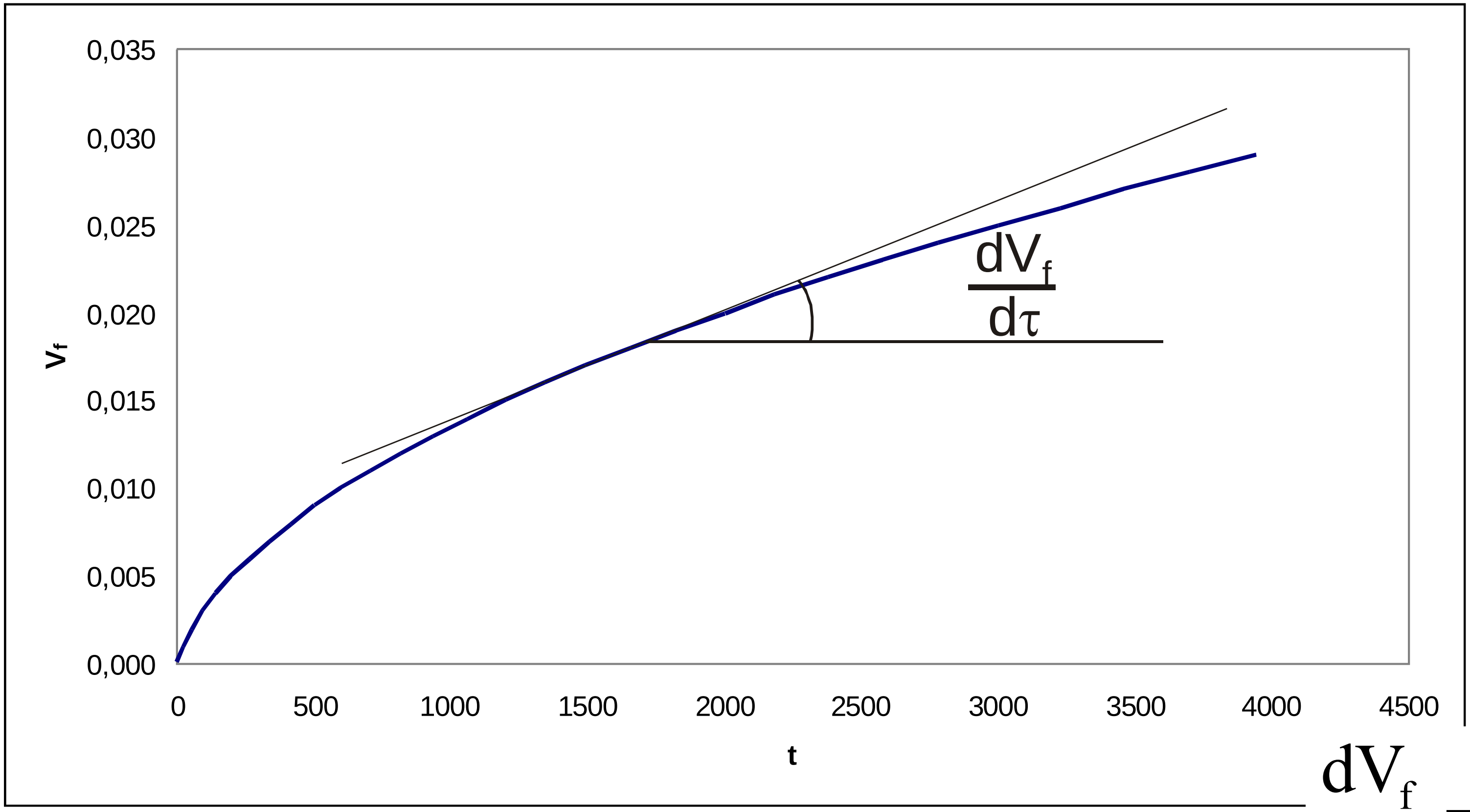
$$\frac{r_t\, A}{a\,(\Delta p)^s\, c_m} = C \qquad \frac{2\,(\Delta p)^{1-s}\, A^2}{a\, c_m\, \eta} = K$$

Równanie filtracji przy stałej różnicy ciśnień $$\boxed{V_f^2 + 2\, C\, V_f = K\,\tau}$$

Filtracja plackowa przy stałej różnicy ciśnień

Graficzne przedstawienie równania filtracji – nachylenie krzywej w każdym punkcie opisuje **strumień filtratu odbieranego w urządzeniu**

$$V_f^2 + 2\,C\,V_f = K\,\tau$$



Strumień filtratu otrzymuje się przez zróżniczkowanie po czasie otrzymując:

$$\frac{dV_f}{d\tau} = \frac{K}{2\left(C + V_f\right)}$$

$$\frac{dV_f}{d\tau} = \frac{K}{2\left(C + V_f\right)}$$

Filtracja plackowa przy stałej różnicy ciśnień

Proces filtracji przed fazą projektowania wymaga badań doświadczalnych. Jeśli przekształci się powyższe równanie do postaci:

$$\frac{d\tau}{dV_f} = \frac{2}{K} V_f + \frac{2\,C}{K}$$

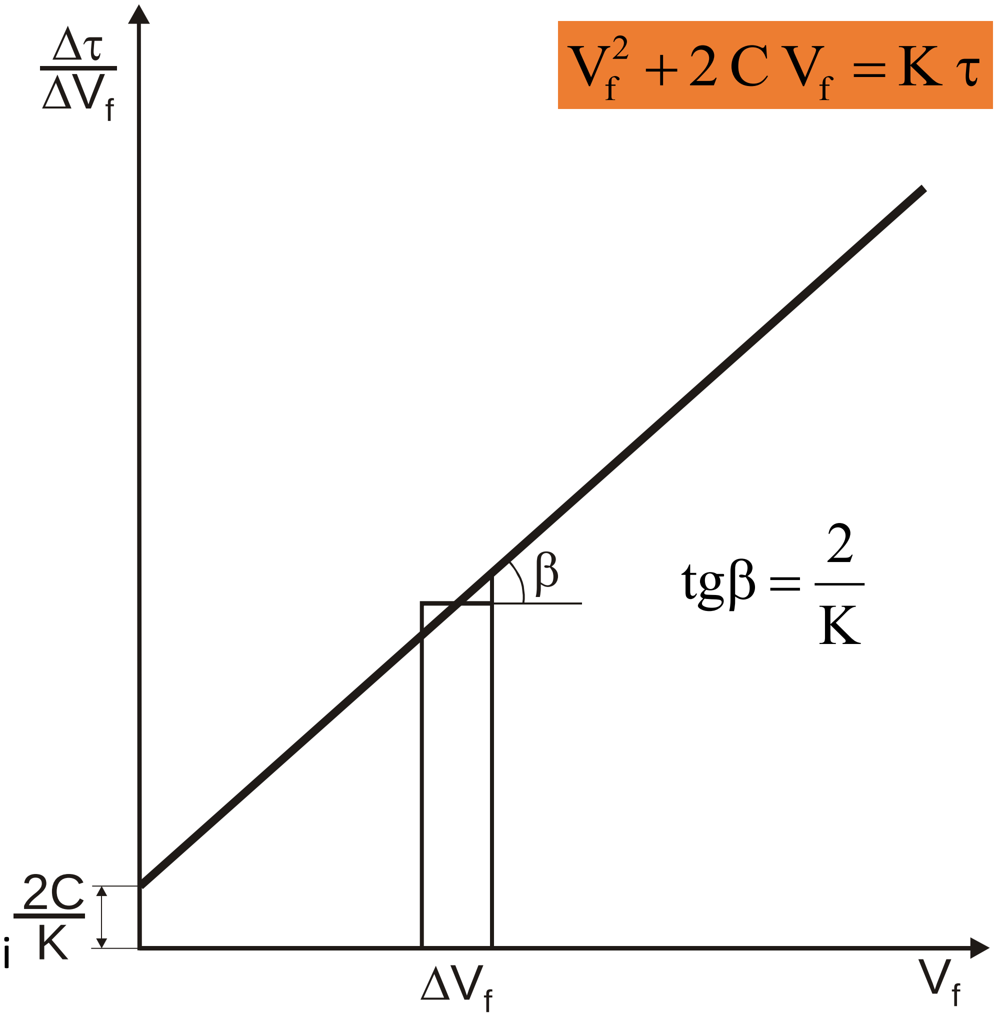
i przyrosty różniczkowe zastąpi się przyrostami skończonymi:

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta V_f} = \frac{2}{K} V_f + \frac{2\,C}{K}$$

To rysując wykres funkcji $\frac{\Delta\tau}{\Delta V_f} = f(V_f)$

W łatwy sposób wyznacza się stałe filtracji

$$V_f^2 + 2\,C\,V_f = K\,\tau$$



Filtracja plackowa przy stałej różnicy ciśnień

$$V_f^2 + 2\,C\,V_f = K\,\tau$$

Wartości stałych w równaniu filtracji przy stałej różnicy ciśnień zależą od:

1. pola powierzchni filtra
2. zastosowanej różnicy ciśnień pomiędzy zawiesiną a filtratem

Jeśli doświadczalnie wyznaczy się stałe np. dla filtra laboratoryjnego, to projektując filtr o innych gabarytach (a nawet pracujący przy innej różnicy ciśnień) można obliczyć wartość nowych stałych za pomocą równań:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{A_2^2}{A_1^2}\,\frac{(\Delta p_2)^{1-s}}{(\Delta p_1)^{1-s}}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{A_2}{A_1}\,\frac{(\Delta p_1)^{s}}{(\Delta p_2)^{s}}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\eta_1}{\eta_2}$$

Przy zmianie lepkości filtratu

Filtracja plackowa przy stałej szybkości odbioru filtratu

Proces filtracji plackowej z zachowaniem stałego strumienia objętości odbieranego filtratu wymaga ciągłego zwiększania różnicy ciśnień.
Równanie Rutha-Carmana przybierze wówczas postać:

$$\frac{dV_f}{A\,d\tau} = \frac{\Delta p}{\eta\left(a\,(\Delta p)^s\,c_m\,\frac{V_f}{A} + r_t\right)}$$

$$\Delta p = \frac{a\,(\Delta p)^s\,c_m\,\eta}{A^2}\left(\frac{V_f}{\tau}\right)^2\tau + \frac{r_t\,\eta}{A}\,\frac{V_f}{\tau}$$

Dla osadu nieściśliwego:

$$\Delta p = \frac{a\,c_m\,\eta}{A^2}\left(\frac{V_f}{\tau}\right)^2\tau + \frac{r_t\,\eta}{A}\,\frac{V_f}{\tau}$$

Pomijając opór tkaniny filtracyjnej:

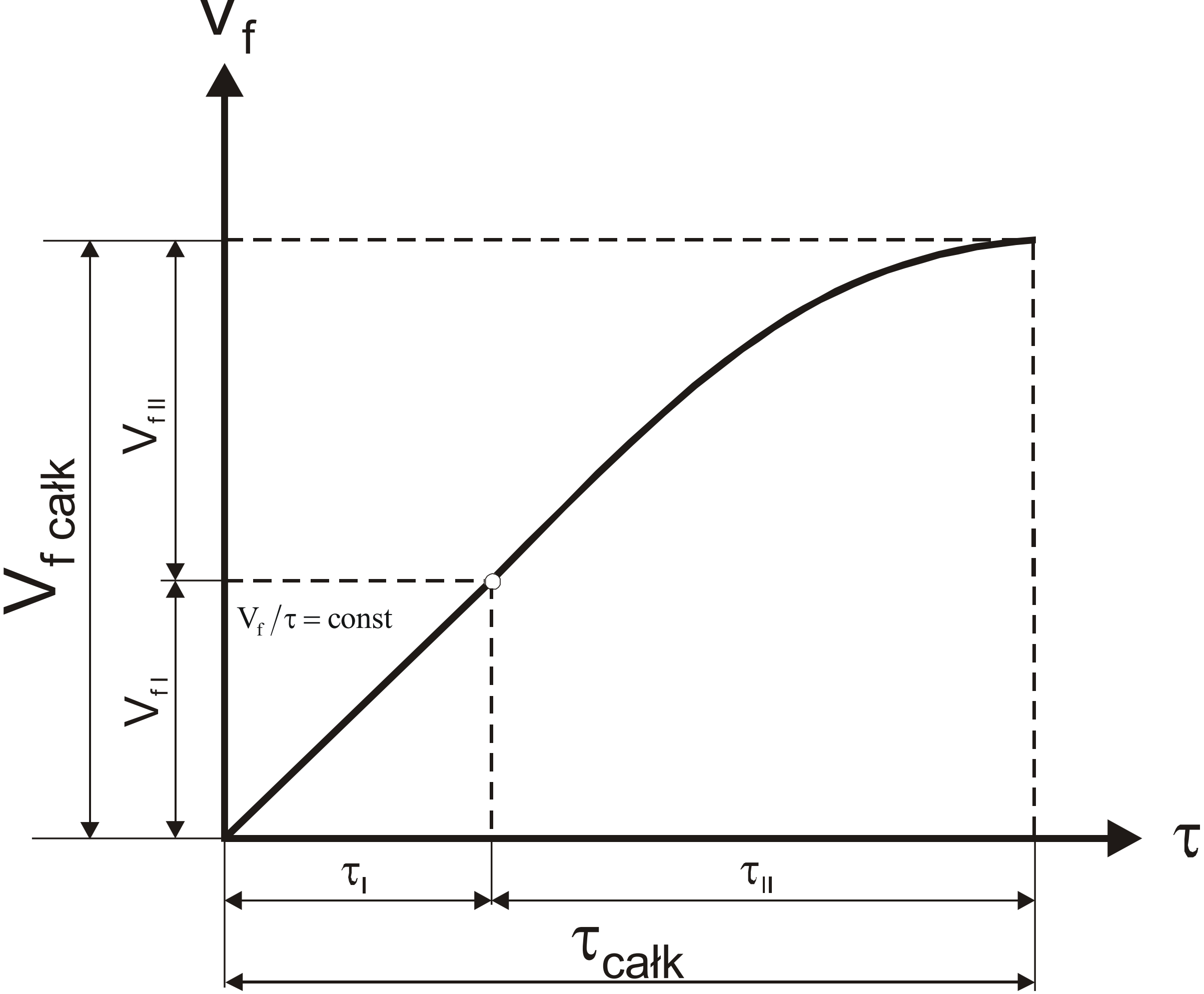
$$\Delta p = \left(\frac{a\,c_m\,\eta}{A^2}\left(\frac{V_f}{\tau}\right)^2\tau\right)^{\frac{1}{1-s}}$$

Dla osadu nieściśliwego i zaniedbanego oporu przegrody filtracyjnej:

$$\Delta p = \frac{a\,c_m\,\eta}{A^2}\left(\frac{V_f}{\tau}\right)^2\tau$$

Filtracja plackowa dwustadialna (dwuetapowa)

$$V_f / \tau = \text{const} \qquad \Delta p = \text{const}$$



W pierwszym okresie filtracji

$$V_{f\,I} = \left(\frac{V_f}{\tau}\right)_I \tau_I$$

W drugim okresie filtracji

$$\frac{dV_f}{d\tau} = \frac{K}{2\left(C + V_f\right)}$$

Filtracja plackowa dwustadialna (dwuetapowa)

W pierwszym okresie filtracji

$$V_{f\,I} = \left(\frac{V_f}{\tau}\right)_I \tau_I$$

W drugim okresie filtracji

$$\frac{dV_f}{d\tau} = \frac{K}{2\left(C + V_f\right)}$$

Zależność ta może być scałkowana

$$\tau = \tau_I \rightarrow \tau = \tau_{calk}$$

$$V_f = V_{f\,I} \rightarrow V_f = V_{f\,calk}$$

$$V_{f\,calk}^2 - V_{f\,I}^2 + 2\,C\left(V_{f\,calk} - V_{f\,I}\right) = K\left(\tau_{calk} - \tau_I\right)$$

gdy kończy się etap pierwszy, a zaczyna drugi etap filtracji

$$\left(\frac{V_f}{\tau}\right)_I = \frac{K}{2\left(C + V_{f\,I}\right)} \qquad V_{f\,I} = \frac{K}{2\left(\frac{V_f}{\tau}\right)_I} - C \qquad \tau_I = \frac{V_{f\,I}}{\left(\frac{V_f}{\tau}\right)_I}$$

Wirówki filtracyjne

Element cieczy o masie m, znajduje się w wirówce w odległości r od osi

Siła ciężkości $G = m\,g$

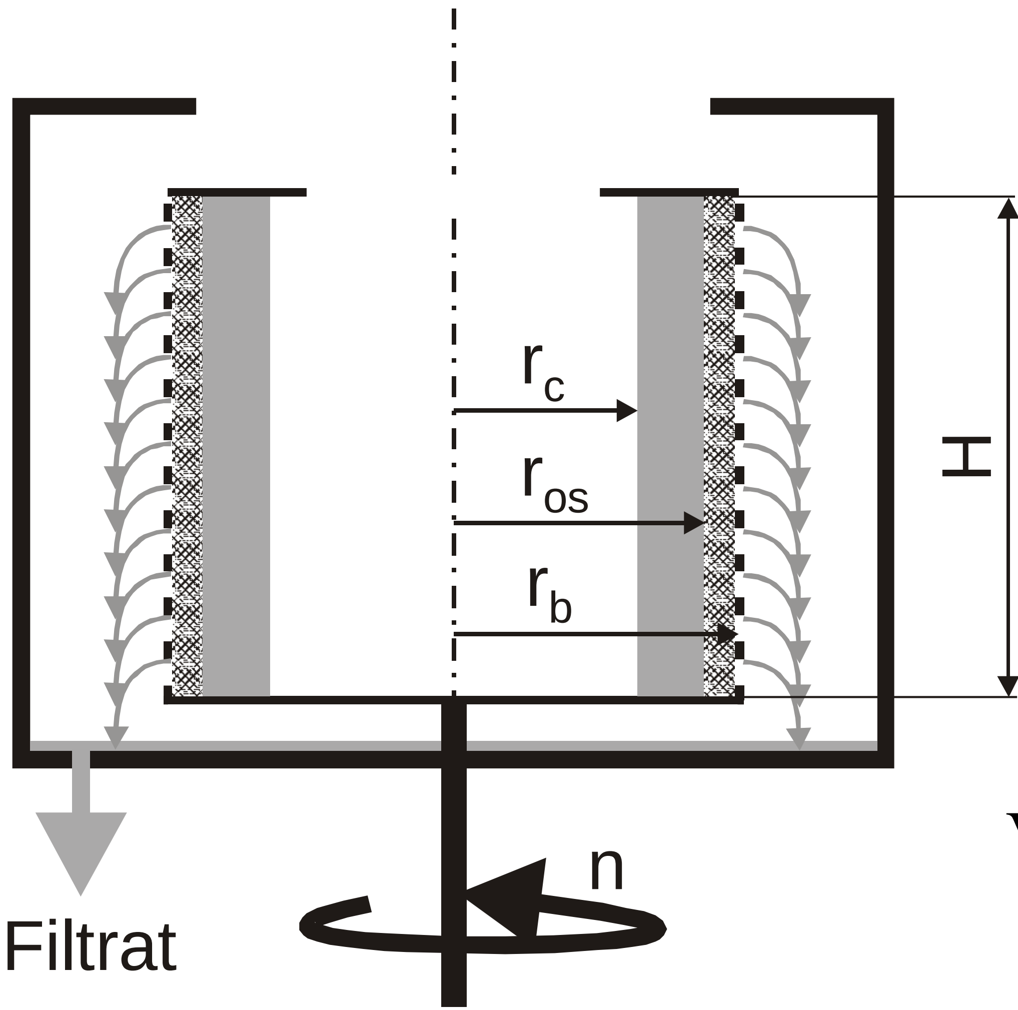
Siła bezwładności wynikająca z ruchu obrotowego $B = m\,a = m\,\dfrac{u^2}{r}$

Prędkość obwodowa $u = 2\,\pi\,r\,n$

$$B = 4\,\pi^2\,r\,n^2\,m$$

Zwielokrotnienie przyspieszenia (cecha charakteryzująca pracę wirówek) $Z = \dfrac{B}{G} = \dfrac{4\,\pi^2\,r\,n^2}{g}$

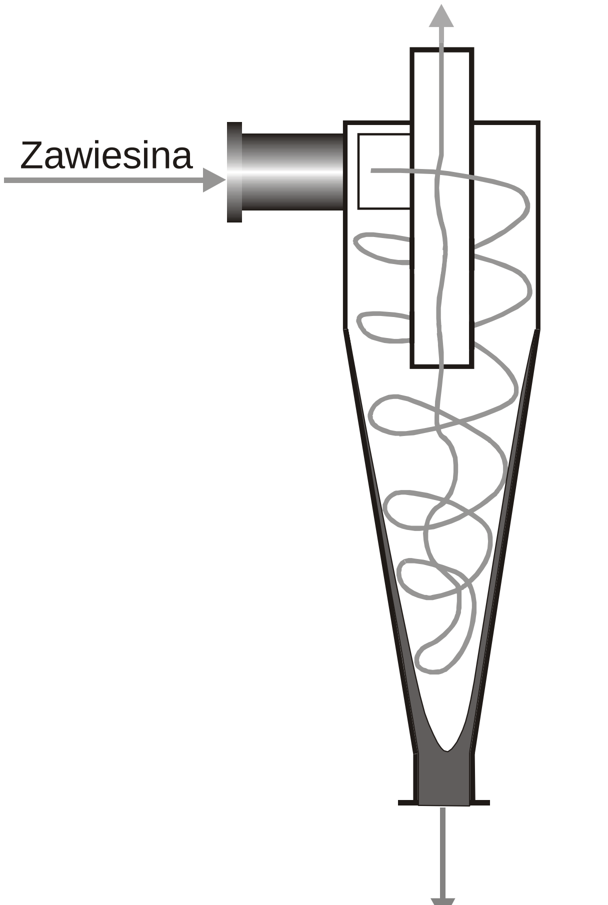
Wirówki filtracyjne



Strumień odbioru filtratu

$$\dot{V}_f = \frac{4\,\pi^3\,H}{R_{os}}\,\rho\,n^2\,\frac{r_b^2 - r_c^2}{\ln\dfrac{r_b}{r_c}}$$

Hydrocyklony

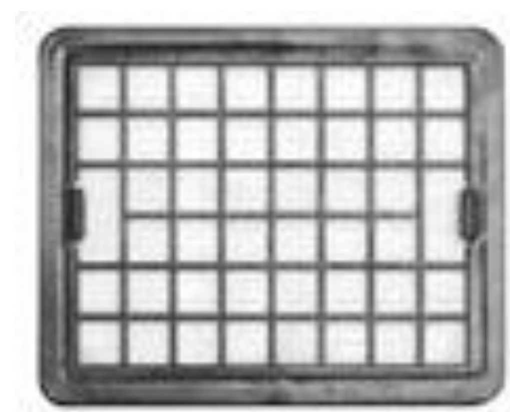


Prosta metodą zagęszczania zawiesin jest przepuszczanie ich przez urządzenia, w których nie ma części ruchomych, a mimo to wykorzystuje się siłę odśrodkową do procesu rozdzielania. Są to:

1. Cyklony (w przypadku odpylania gazów)
2. Hydrocyklony (w przypadku oddzielania ciał stałych od cieczy)

Ciekawostka

HEPA *(ang. **H**igh **E**fficiency **P**articulate **A**ir filter) - wysokosprawny filtr powietrza służący do dezynfekcji powietrza. Filtry HEPA stosowane są w lożach, boksach, skrzynkach lub pomieszczeniach do pracy w środowisku jałowym. Są wykonane ze szkła spiekanego, zapewniają filtrację powietrza przez pory wielkości 0,3µm. Zatrzymują większość (co najmniej 99.97%) zanieczyszczeń mechanicznych, większych niż 0,3µm, a także: komórki grzybów, pierwotniaków i bakterii oraz większość wirusów. Filtry tego typu wykorzystywane są m.in. w odkurzaczach.*



HEPA