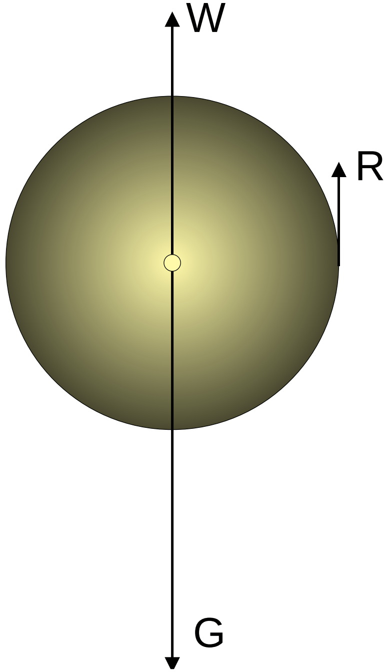
Wykład 5

Opadanie i fluidyzacja

Opadanie cząstek w płynie



Siła ciężkości

$$G = \frac{\pi\, d_p^3}{6}\, \rho_s\, g$$

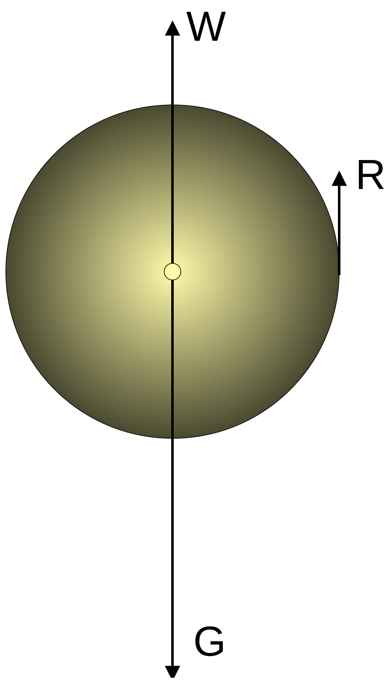
Siła wyporu

$$W = \frac{\pi\, d_p^3}{6}\, \rho\, g$$

Siła oporu

$$R = \xi_{op}\, \frac{\pi\, d_p^2}{4}\, \frac{w^2\, \rho}{2}$$

Opadanie cząstek w płynie



Bilans sił:

$$G = W + R$$

$$\frac{\pi\, d_p^3}{6}\rho_s\, g = \frac{\pi\, d_p^3}{6}\rho\, g + \xi_{op}\frac{\pi\, d_p^2}{4}\frac{w^2\rho}{2}$$

Prędkość opadania cząstek kulistych w płynie:

$$w = \sqrt{\frac{4\, d_p\, g\,(\rho_s - \rho)}{3\,\xi_{op}\,\rho}}$$

Średnica cząstki kulistej:

$$d_p = \frac{3\,\pi\,\xi_{op}\, w^2\rho}{4\, g\,(\rho_s - \rho)}$$

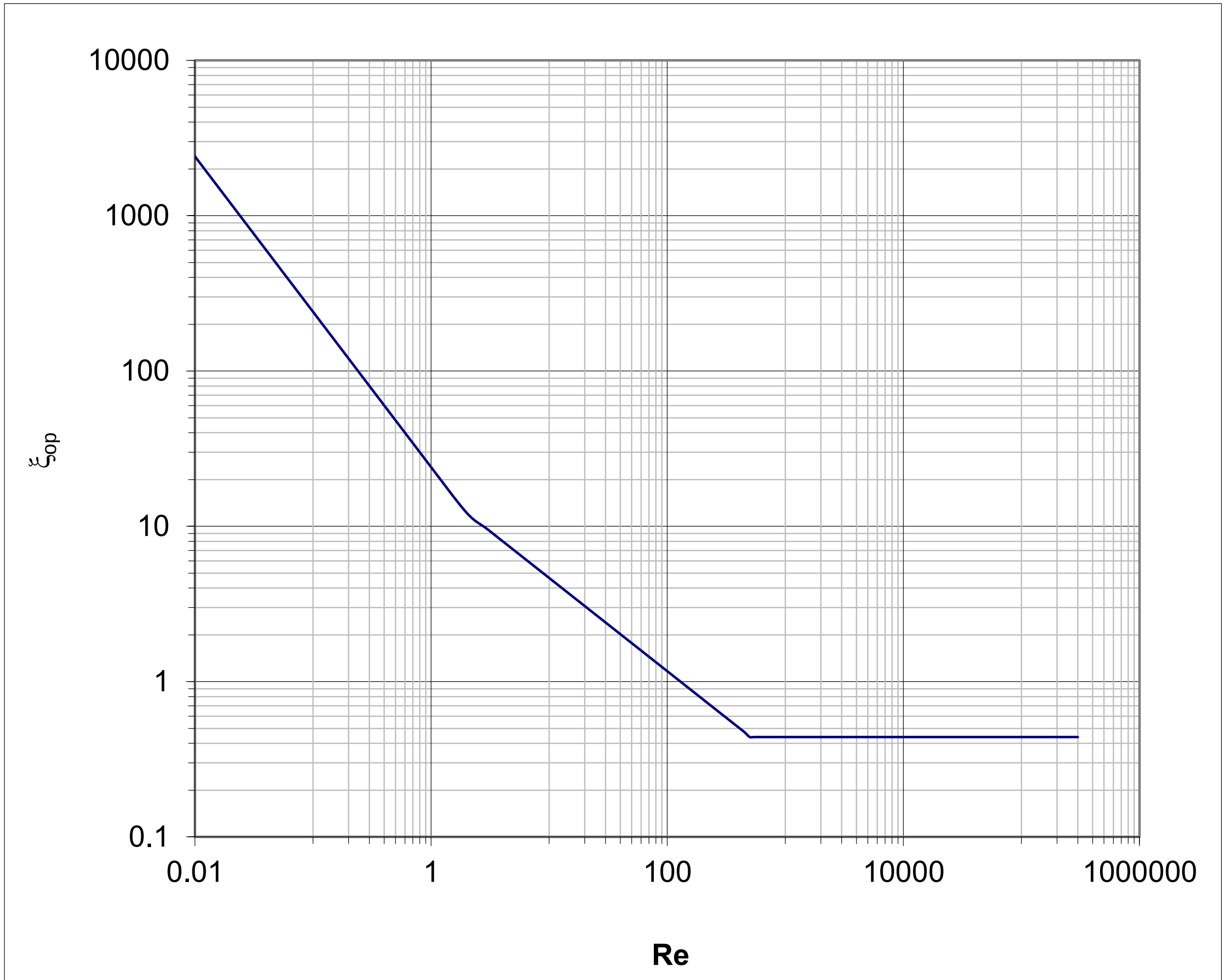
Opadanie cząstek w płynie

Współczynnik oporu kształtu $$\xi_{op} = f(Re)$$ $$Re = \frac{w\, d_p\, \rho}{\eta}$$

Obszar ruchu laminarnego, Obszar Stokesa	$Re \le 0{,}5$	$\xi_{op} = \frac{24}{Re}$
Obszar ruchu przejściowego, Obszar Allena	$0{,}5 < Re < 500$	$\xi_{op} = \frac{18{,}5}{Re^{0{,}6}}$
Obszar ruchu burzliwego, Obszar Newtona	$Re \ge 500$	$\xi_{op} = 0{,}44$

Opadanie cząstek w płynie

Współczynnik oporu kształtu $\xi_{op} = f(Re)$



Opadanie cząstek w płynie

$$w = f(d_p)$$

Ruch laminarny – obszar Stokesa

Siła oporu

$$R = \frac{24\,\eta}{w\,d_p\,\rho}\,\frac{\pi\,d_p^2}{4}\,\frac{w^2\,\rho}{2} = 3\,\pi\,d_p\,\eta\,w$$

z bilansu sił prędkość opadania cząstki:

$$w = \frac{d_p^2\,(\rho_s - \rho)\,g}{18\,\eta}$$

Ruch przejściowy – obszar Allena

Siła oporu

$$R = \frac{18{,}5\,\eta^{0,6}}{w^{0,6}\,d_p^{0,6}\,\rho^{0,6}}\,\frac{\pi\,d_p^2}{4}\,\frac{w^2\,\rho}{2} = \frac{18{,}5}{8}\,\pi\,d_p^{1,4}\,\eta^{0,6}\,w^{1,4}\,\rho^{0,4}$$

z bilansu sił prędkość opadania cząstki:

$$w = 0{,}781\,\frac{d_p^{1,143}\,(\rho_s - \rho)^{0,714}}{\eta^{0,4286}\,\rho^{0,2857}}$$

Opadanie cząstek w płynie

$$w = f(d_p)$$

Ruch burzliwy – obszar Newtona

Siła oporu

$$R = 0{,}44 \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{w^2 \rho}{2}$$

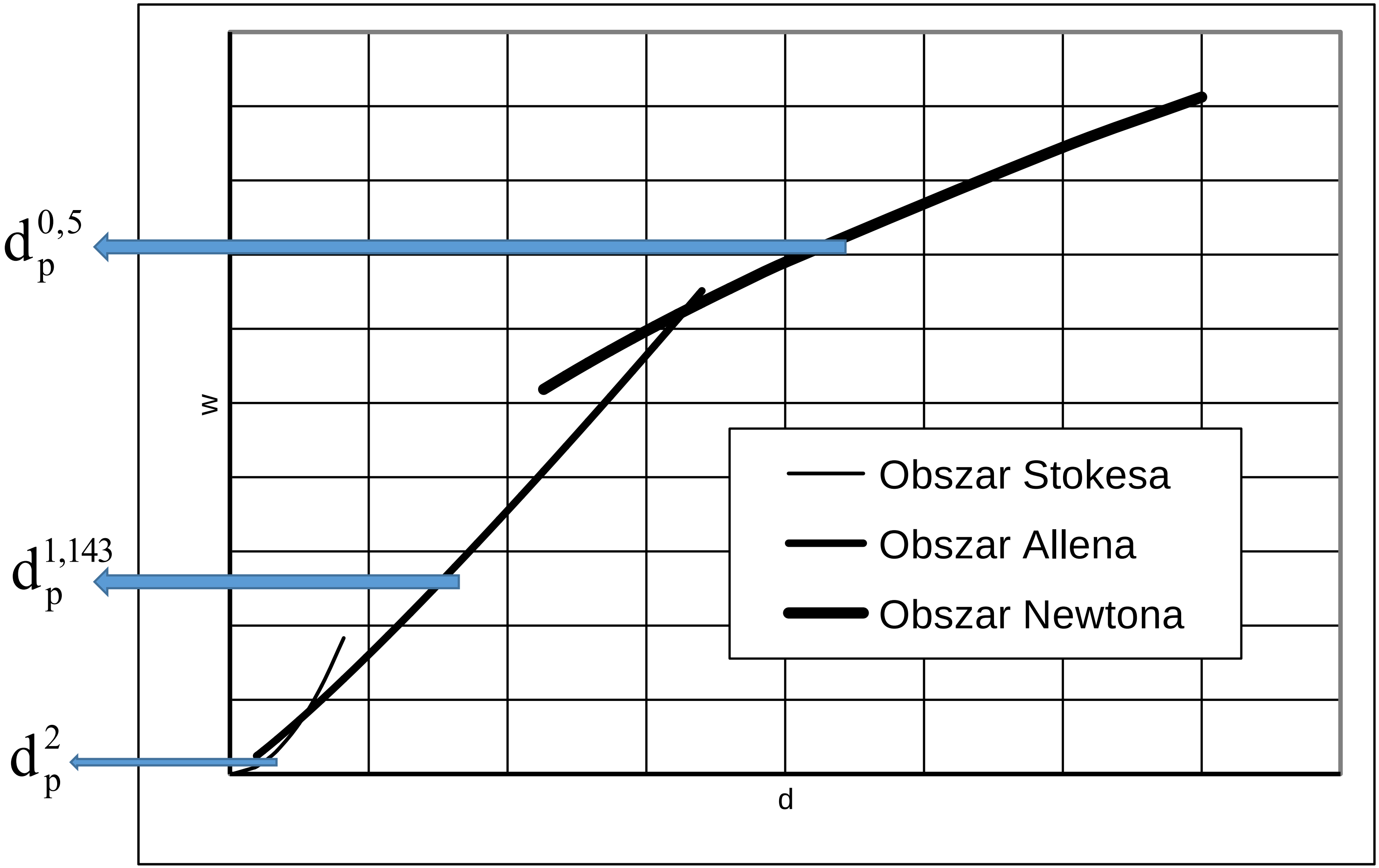
z bilansu sił prędkość opadania cząstki:

$$w = \sqrt{\frac{4}{3 \cdot 0{,}44} \frac{d_p (\rho_s - \rho) g}{\rho}}$$

$$w = 5{,}452 \sqrt{\frac{d_p (\rho_s - \rho)}{\rho}}$$

Opadanie cząstek w płynie

$$w = f(d_p)$$



Opadanie cząstek w płynie

Ruch laminarny – obszar Stockesa

$$w = \frac{d_p^2 \left(\rho_s - \rho\right) g}{18\,\eta}$$

Ruch przejściowy – obszar Allena

$$w = 0{,}781 \frac{d_p^{1,143} \left(\rho_s - \rho\right)^{0,714}}{\eta^{0,4286}\ \rho^{0,2857}}$$

Ruch burzliwy – obszar Newtona

$$w = 5{,}452 \sqrt{\frac{d_p \left(\rho_s - \rho\right)}{\rho}}$$

Trzeba znać wartość liczby Reynoldsa

$$\mathrm{Re} = \frac{w\, d_p\, \rho}{\eta}$$

Opadanie cząstek w płynie

Inny sposób obliczania prędkości opadania cząstki o znanej średnicy…

Z równania bilansowego

$$\frac{\pi\, d_p^3}{6}\rho_s\, g = \frac{\pi\, d_p^3}{6}\rho\, g + \xi_{op}\frac{\pi\, d_p^2}{4}\frac{w^2\,\rho}{2}$$

wynika że:

$$\xi_{op} = \frac{4}{3}\frac{d_p\, g}{w^2}\frac{\left(\rho_s - \rho\right)}{\rho}$$

Mnożąc obie strony równania przez Re^2

$$\xi_{op}\,\mathrm{Re}^2 = \frac{4}{3}\frac{d_p^3\left(\rho_s - \rho\right)\rho\, g}{\eta^2}$$

Zdefiniujmy bezwymiarową wielkość – liczbę Archimedesa

$$\mathrm{Ar} = \frac{d_p^3\left(\rho_s - \rho\right)\rho\, g}{\eta^2}$$

$$\boxed{\frac{3}{4}\xi_{op}\,\mathrm{Re}^2 = \mathrm{Ar}}$$

Opadanie cząstek w płynie

$$\boxed{\frac{3}{4}\,\xi_{op}\,\mathrm{Re}^2 = \mathrm{Ar}}$$

Ruch laminarny – obszar Stokesa

$\mathrm{Re} \leq 0{,}5$ $\quad \xi_{op} = \frac{24}{\mathrm{Re}}$

$$\mathrm{Ar} = \frac{d_p^3\,(\rho_s - \rho)\,\rho\,g}{\eta^2}$$

$$\mathrm{Ar} \leq \frac{3}{4}\,\frac{24}{0{,}5}\,0{,}5^2 \leq 9$$

$$\frac{3}{4}\,\frac{24}{\mathrm{Re}}\,\mathrm{Re}^2 = \mathrm{Ar}$$

$$18\,\mathrm{Re} = \mathrm{Ar}$$

$$\boxed{\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{Ar}}{18}} \Rightarrow w = \frac{\mathrm{Re}\,\eta}{d_p\,\rho}$$

Opadanie cząstek w płynie

$$\frac{3}{4}\,\xi_{op}\,\mathrm{Re}^2 = \mathrm{Ar}$$

$$\mathrm{Ar} = \frac{d_p^3\left(\rho_s - \rho\right)\rho\, g}{\eta^2}$$

Ruch burzliwy – obszar Newtona

$\mathrm{Re} \geq 500$ $\quad \xi_{op} = 0{,}44$

$$\mathrm{Ar} \geq \frac{3}{4}\,0{,}44 \cdot 500^2 \geq 82500$$

$$\frac{3}{4}\,0{,}44\,\mathrm{Re}^2 = \mathrm{Ar}$$

$$\mathrm{Re} = 1{,}7408\,\sqrt{\mathrm{Ar}} \Rightarrow w = \frac{\mathrm{Re}\,\eta}{d_p\,\rho}$$

Opadanie cząstek w płynie

$$\frac{3}{4}\xi_{op}\,\mathrm{Re}^2 = \mathrm{Ar}$$

Ruch przejściowy – obszar Allena

$$\mathrm{Ar} = \frac{d_p^3\left(\rho_s - \rho\right)\rho\, g}{\eta^2}$$

$0{,}5 < \mathrm{Re} < 500 \quad \xi_{op} = \dfrac{18{,}5}{\mathrm{Re}^{0{,}6}}$

$$9 < \mathrm{Ar} < 82500$$

$$\frac{3}{4}\,\frac{18{,}5}{\mathrm{Re}^{0{,}6}}\,\mathrm{Re}^2 = \mathrm{Ar}$$

$$\mathrm{Re} = \left(\frac{\mathrm{Ar}}{13{,}875}\right)^{1/1{,}4} = \left(\frac{\mathrm{Ar}}{13{,}875}\right)^{0{,}714} \Rightarrow \quad w = \frac{\mathrm{Re}\,\eta}{d_p\,\rho}$$

Opadanie cząstek w płynie

$$w = \frac{\mathrm{Re}\,\eta}{d_p\,\rho}$$

$$\boxed{\frac{3}{4}\,\xi_{op}\,\mathrm{Re}^2 = \mathrm{Ar}}$$

$$\mathrm{Ar} = \frac{d_p^3\,(\rho_s - \rho)\,\rho\,g}{\eta^2}$$

Obszar ruchu	Zakres liczb Reynoldsa	Zakres liczb Archimedesa	Re vs Ar
Stokesa	$\mathrm{Re} \le 0{,}5$	$\mathrm{Ar} \le 9$	$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{Ar}}{18}$
Allena	$0{,}5 < \mathrm{Re} < 500$	$9 < \mathrm{Ar} < 82500$	$\mathrm{Re} = \left(\frac{\mathrm{Ar}}{13{,}875}\right)^{1/1{,}4} = \left(\frac{\mathrm{Ar}}{13{,}875}\right)^{0{,}714}$
Newtona	$\mathrm{Re} \ge 500$	$\mathrm{Ar} \ge 82500$	$\mathrm{Re} = 1{,}7408\,\sqrt{\mathrm{Ar}}$

Prędkość opadania cząstki o znanej średnicy
wygodnie jest obliczać z liczby Archimedesa

Średnica cząstki o znanej prędkości opadania
obliczenia należy wykonać metodą prób i błędów

Opadanie cząstek w płynie

Cząstki o kształcie odbiegającym od kulistego

w obszarze Stokesa $$\xi_{op} = \frac{a}{Re}$$

gdzie $$a = \frac{24}{0{,}843 \log \frac{\psi}{0{,}065}}$$

współczynnik sferyczności

Zatem prędkość opadania $$\boxed{w = \frac{d_z^2 \left(\rho_s - \rho\right) g}{18\,\eta} \left[0{,}843 \log \frac{\psi}{0{,}065}\right]}$$

Opadanie cząstek w płynie

Cząstki o kształcie odbiegającym od kulistego

w obszarze Newtona $$\xi_{op} = 5{,}31 - 4{,}87\,\psi$$

$$w = \sqrt{\frac{4}{3\left(5{,}31 - 4{,}87\,\psi\right)}\,\frac{d_p\left(\rho_s - \rho\right)g}{\rho}} =$$

$$= 3{,}617\,\sqrt{\frac{d_p\left(\rho_s - \rho\right)}{\rho}}\left(5{,}31 - 4{,}87\,\psi\right)^{-0{,}5}$$

Dla **obszaru Allena** nie ma jednej zależności na obliczanie prędkości opadania, gdyż współczynnik oporu kształtu zależy nie tylko od sferyczności, ale także od wartości liczby Reynoldsa.

Opadanie cząstek w płynie

Cząstki o kształcie odbiegającym od kuli

Współczynnik sferyczności ψ

stosunek pola powierzchni kuli do pola powierzchni cząstki o takiej samej objętości

Bryła	Współczynnik sferyczności
Kula	1
Sześcian	0,806
Graniastosłup $a \cdot a \cdot 2a$	0,766
Graniastosłup $a \cdot 2a \cdot 3a$	0,76
Walec $h = 2\,r$	0,873
Walec $h = 10\,r$	0,691

Opadanie cząstek w płynie

W aparatach przemysłowych występuje tak zwane opadanie gromadne, tj. takie, w którym sąsiadujące cząstki mają wpływ na ruch innych.

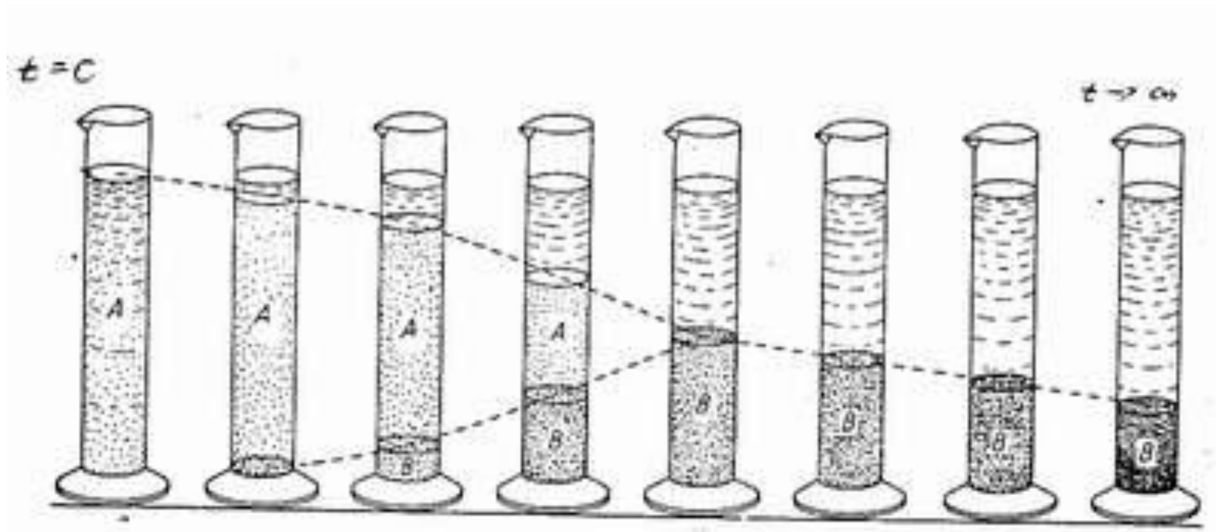
Obecność wielu cząstek powoduje zmniejszenie przekroju, w którym jest faza ciągła i występuje ruch wsteczny.

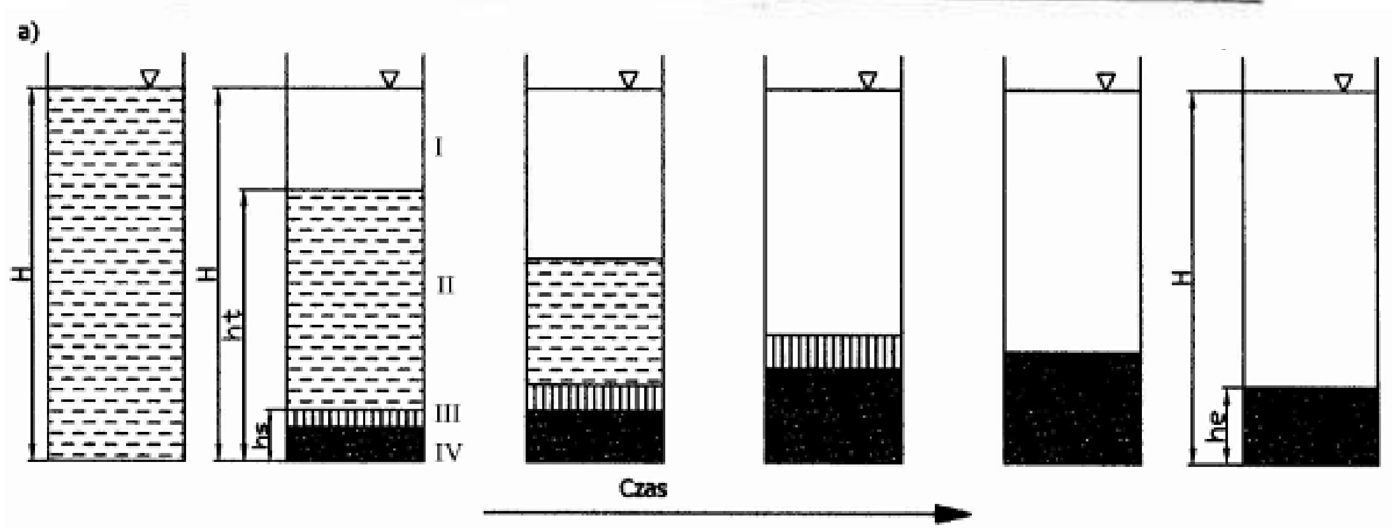
Wielkością, która opisuje wpływ innych cząstek na opadanie w roju jest porowatość zawiesiny $\boldsymbol{\varepsilon}$
czyli udział objętości swobodnej w całej zawiesinie.

Prędkość opadania kulistych cząstek w zawiesinie $\mathbf{w_z}$ otrzymuje się mnożąc prędkość opadania pojedynczej cząstki przez współczynnik **f** (uwzględniający zmniejszenie prędkości wskutek zapełnienia objętości przez rój).

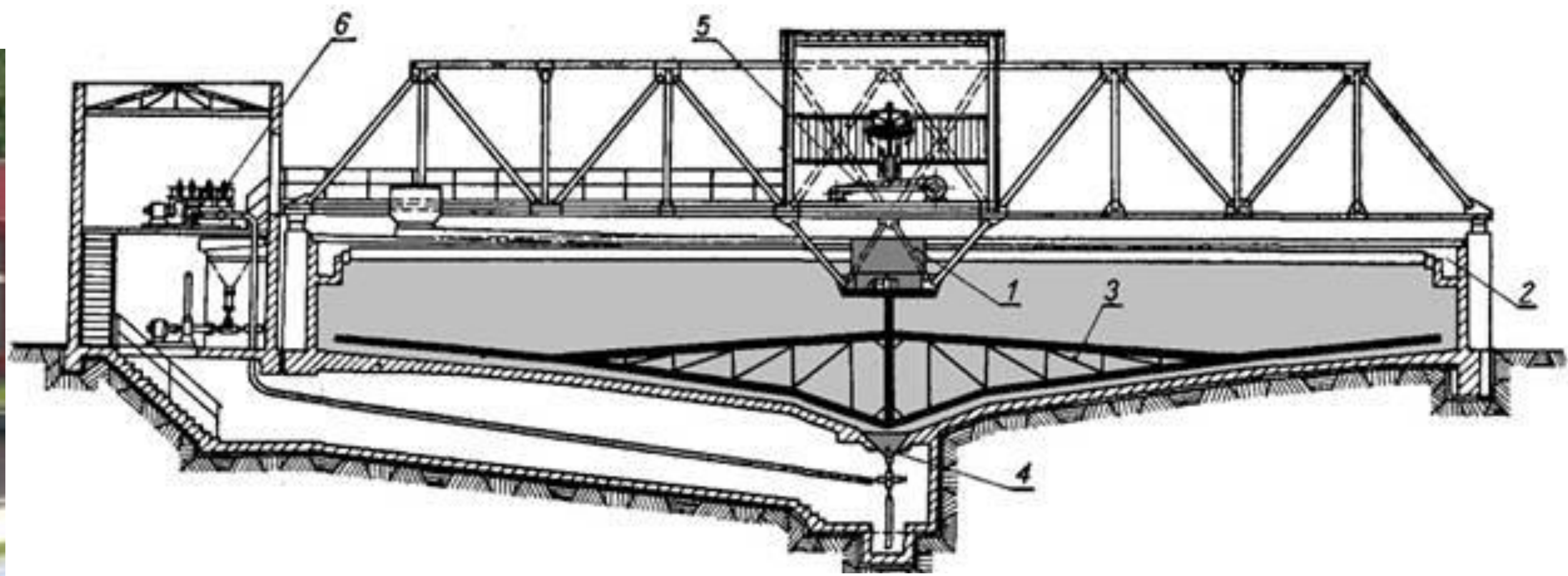
$$f = \frac{\varepsilon^2}{10^{1,82}\left(1-\varepsilon\right)}$$

Opadanie gromadne (sedymentacja)





Sedymentacja

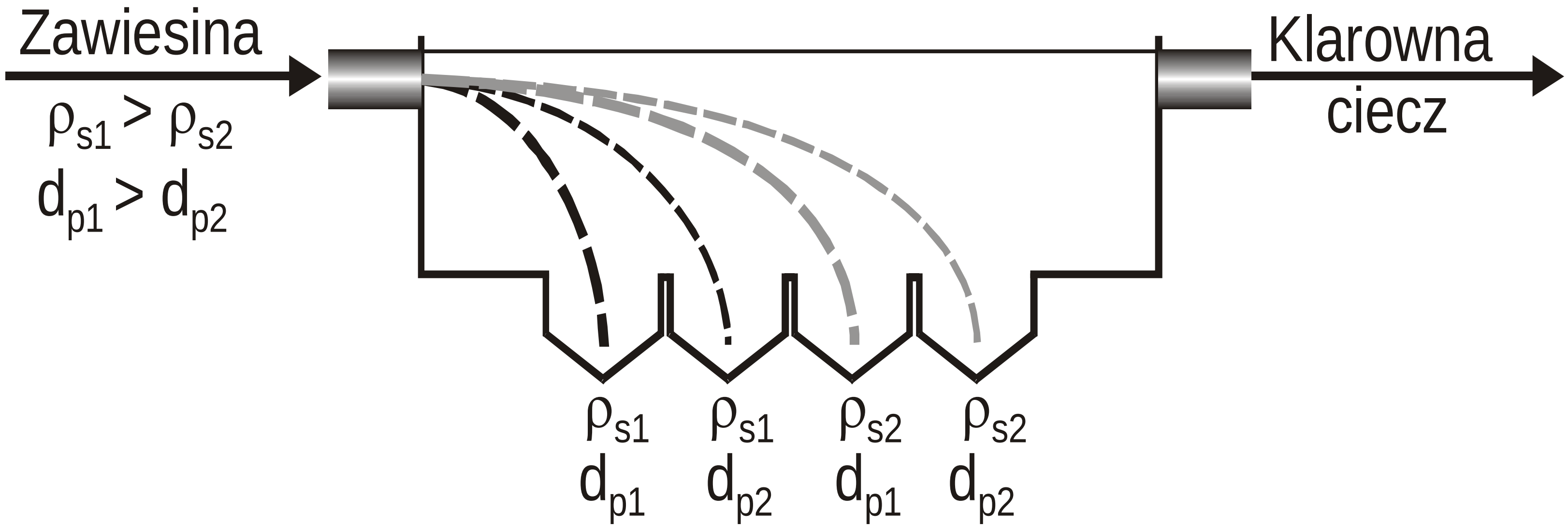


Zawiesina doprowadzona korytem ***1*** do środka osadnika, płynie z malejącą prędkością w kierunku obrzeża zbiornika i przelewa się do bocznych koryt ***2***. Drobne ziarna mułu opadają powoli na dno zbiornika, a wolno obracające się ramiona zgarniaka ***3*** zgarniają je do otworu wylewowego ***4***. Silnik elektryczny za pośrednictwem przekładni ***5*** obraca ramiona ***3.*** Muł z otworu wylewowego jest zasysany pompami przeponowymi ***6***.

Sedymentacja

Klasyfikacja hydrauliczna

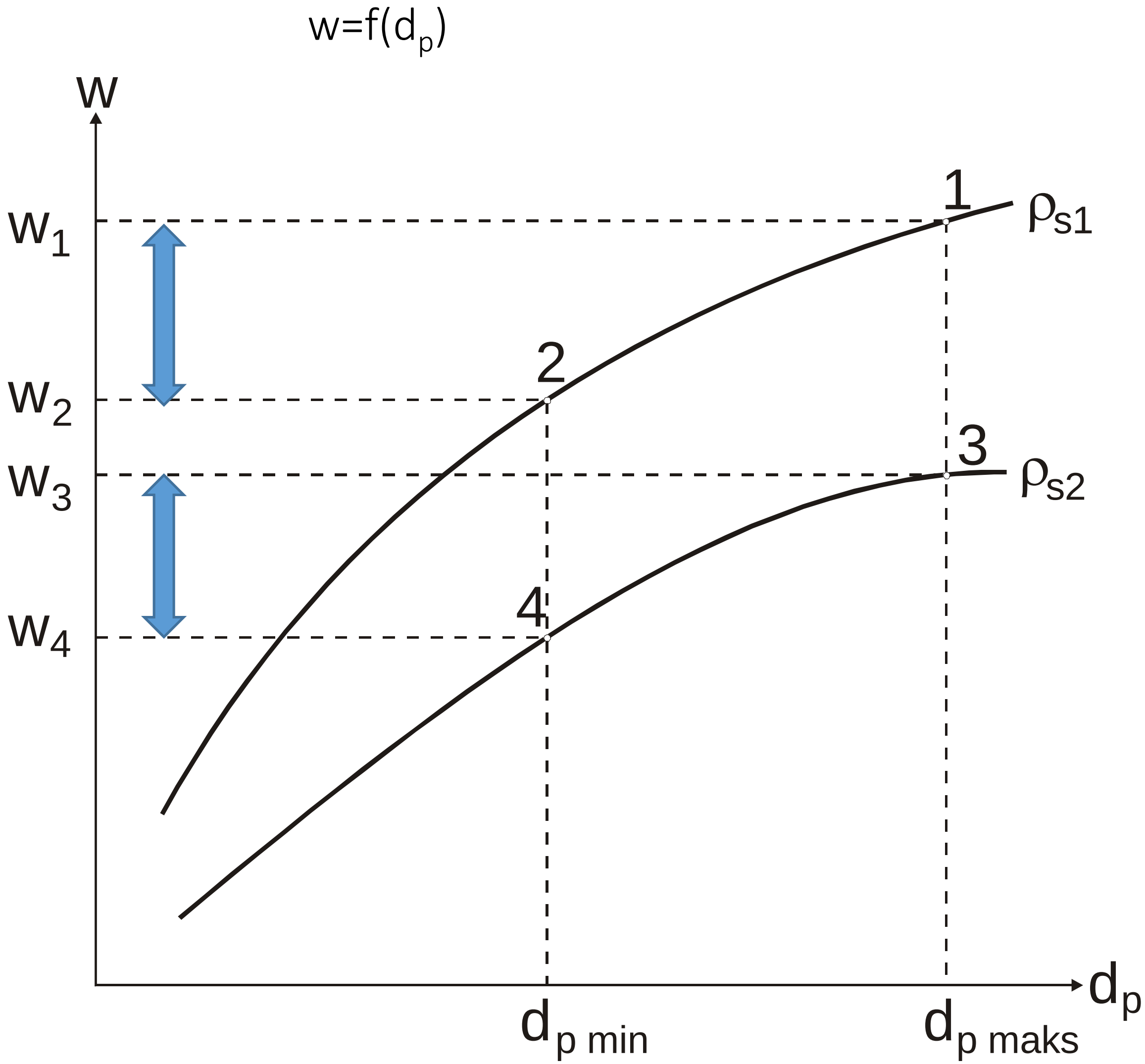
Wykorzystuje różnice w prędkościach opadania cząstek o jednakowej średnicy, ale o innej gęstości.



W klasyfikatorze poziomym czas, w którym cząstka opada pionowo z prędkością **w** jest równy czasowi, w którym przemieszcza się ona poziomo na odległość **L** z prędkością przepływu wody $\mathbf{w}_{H2O}$

$$\tau = \frac{H}{w} = \frac{L}{w_{H2O}}$$

Klasyfikacja hydrauliczna



cząstki o gęstości ρ_{s1}

opadają z prędkościami

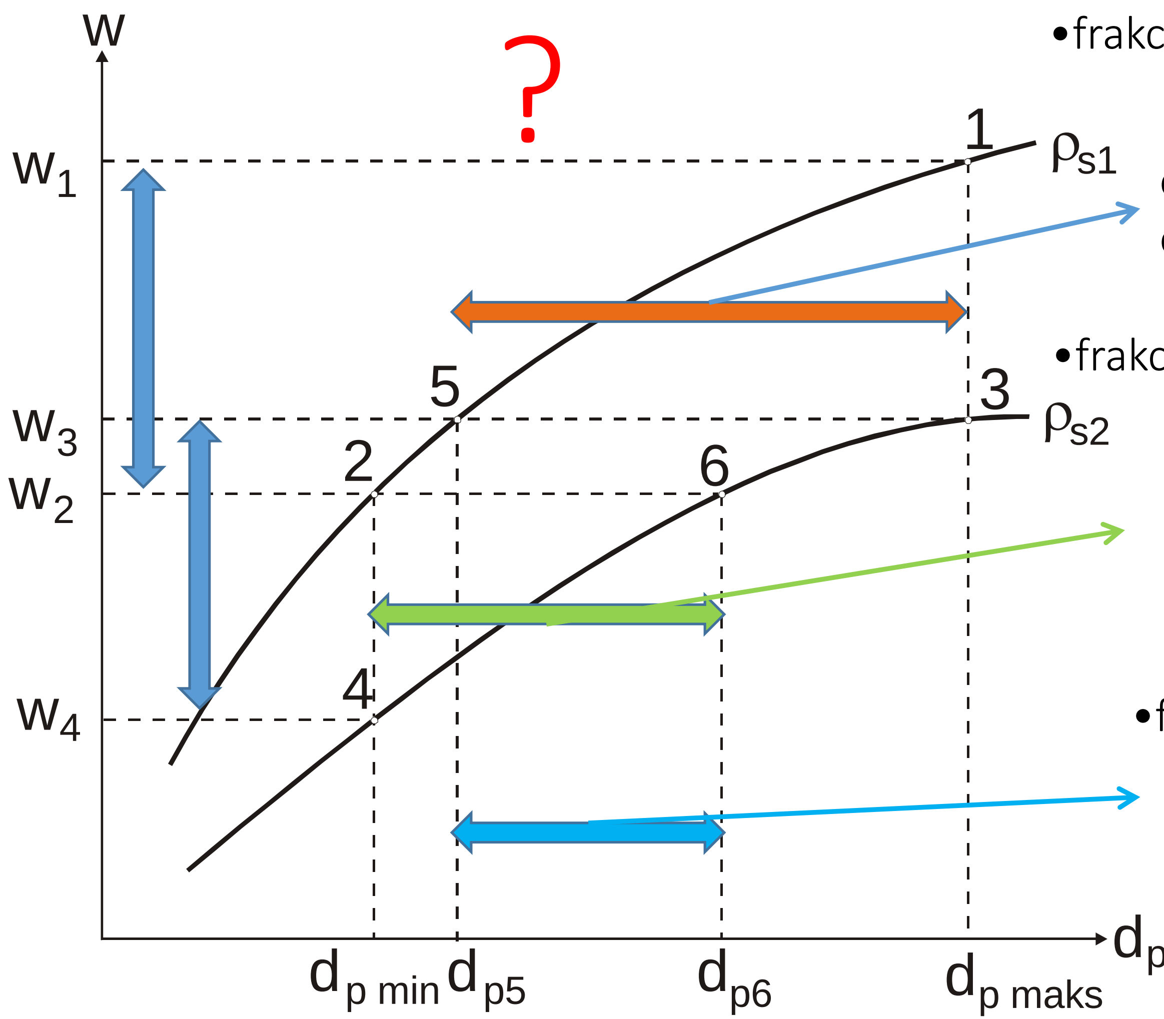
$$w_2 < w < w_1$$

cząstki o gęstości ρ_{s2}

opadają z prędkościami

$$w_4 < w < w_3$$

Klasyfikacja hydrauliczna



- frakcja czystych cząstek o gęstości ρ_{s1}

  o średnicach od $d_{p\,max}$ do d_{p5}

- frakcja czystych cząstek o gęstości ρ_{s2}

  o średnicach od d_{p6} do $d_{p\,min}$

- frakcja mieszanych cząstek

  o średnicach od d_{p6} do d_{p5}

Klasyfikacja hydrauliczna

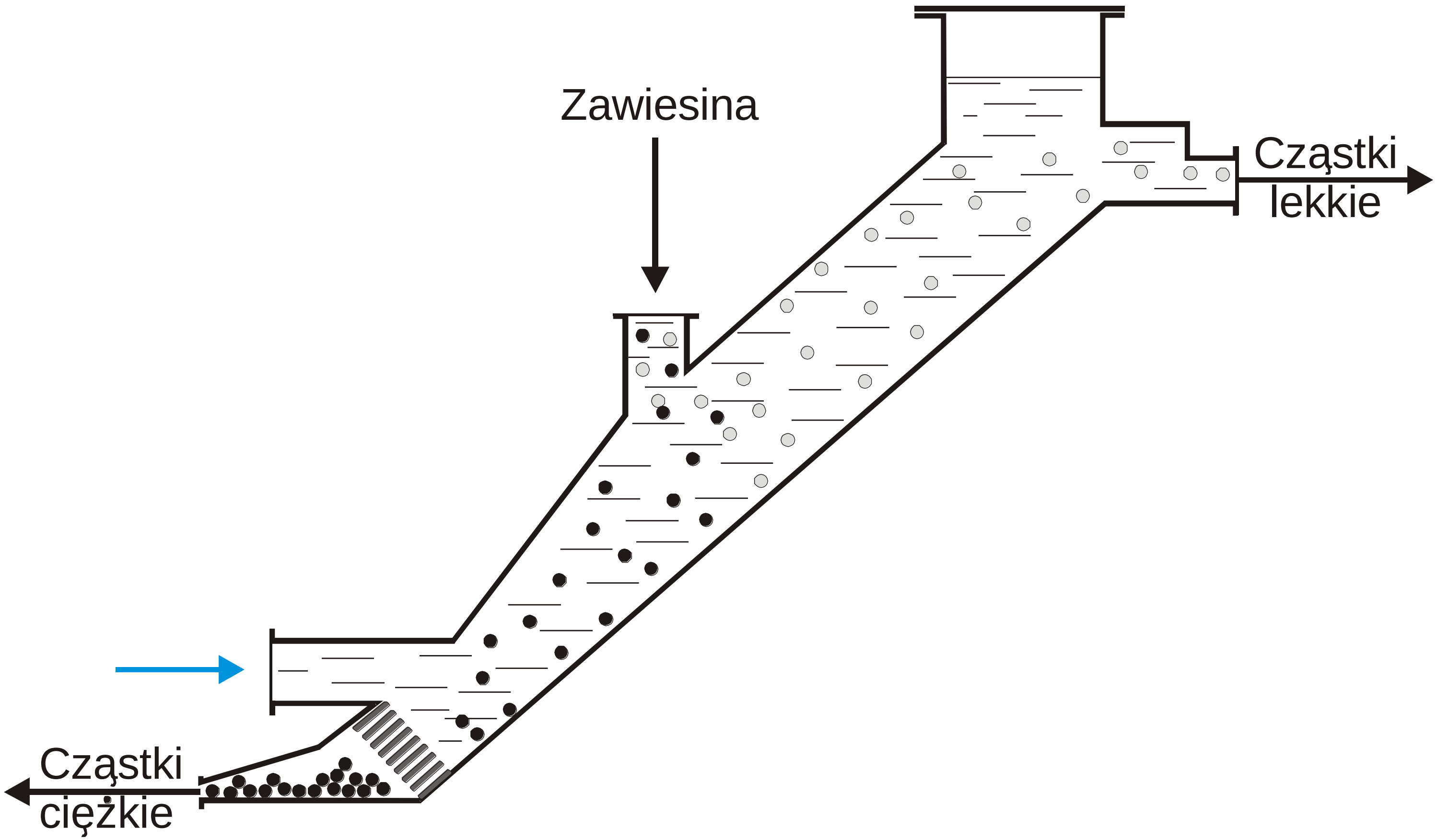
Dla zadanej długości klasyfikatora L, wysokości H

i zadanej prędkości przepływu wody w_{H2O}

miejsca (odległości), w których opadną poszczególne cząstki oblicza się znając prędkość ich opadania w pionie z zależności, np. dla punktu 1:

$$L_1 = H \frac{w_{H2O}}{w_1}$$

Klasyfikacja hydrauliczna
klasyfikatory pionowe



Dynamika warstwy fluidalnej

Przez **fluidyzację** rozumie się zawieszenie cząstek stałych w przepływającym w górę strumieniu gazu lub cieczy.

- W warstwie fluidalnej cząstki stałe są intensywnie mieszane, co zapewnia zwiększenie szybkości procesów transportu (wymiany) ciepła czy masy pomiędzy fazą stałą a płynem.
- W stanie fluidyzacji osiąga się bardzo wysoki stopień jednorodności mieszaniny, nie występują lokalne przegrzania czy wzrosty stężenia.

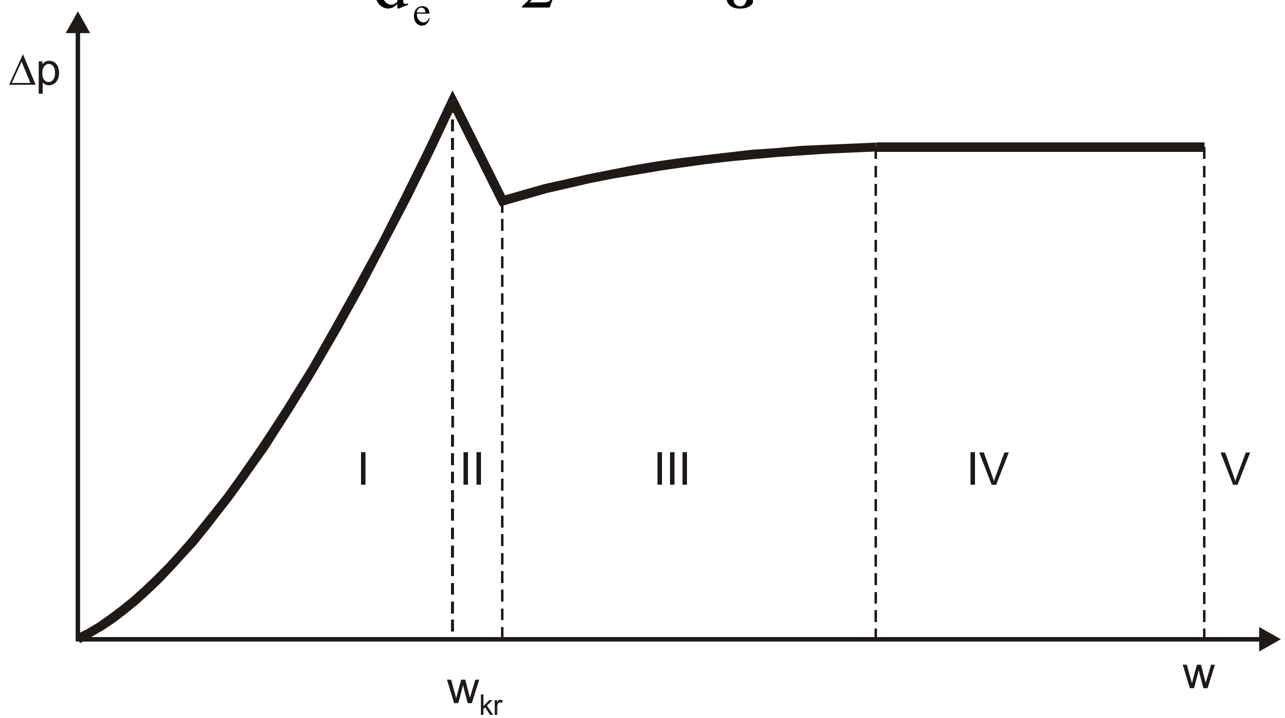
Fluidyzacja jest stanem pośrednim pomiędzy przepływem płynu przez warstwę nieruchomego, usypanego materiału a transportem (przepływem) mieszaniny dwufazowej ciało stałe-płyn.

Zaczyna się przy pewnej minimalnej prędkości strumienia gazu
i kończy się przy prędkości maksymalnej.

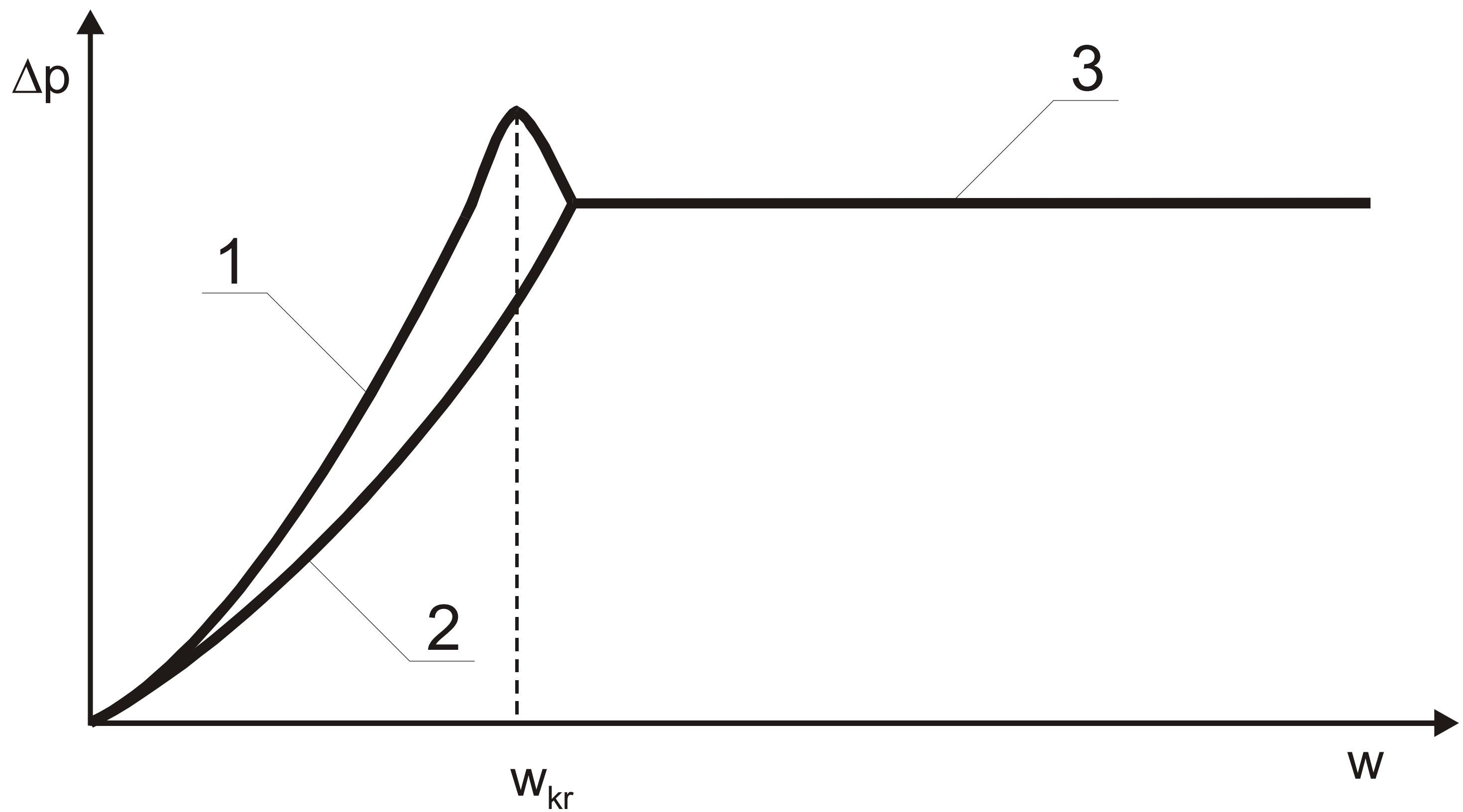
Dynamika warstwy fluidalnej

Straty ciśnienia przy przepływie przez nieruchome złoże oblicza się z równania McLeva:

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{d_e} \frac{w^2 \rho}{2} \frac{(1-\varepsilon)^{3-n}}{\varepsilon^3} \psi^{3-n}$$



Dynamika warstwy fluidalnej



1 – złoże zbite, 2 – złoże rozpulchnione, 3 – stan fluidalny

Dynamika warstwy fluidalnej

krytyczna prędkość fluidyzacji ?

Ciśnienie statyczne złoża o wysokości H

$$\Delta p = H\left(1-\varepsilon_{kr}\right)\left(\rho_s-\rho\right)g$$

Strata ciśnienia związana z przepływem gazu

$$\Delta p = \lambda \, \frac{H}{d_e} \, \frac{w_{kr}^2 \, \rho}{2} \, \frac{\left(1-\varepsilon_{kr}\right)^{3-n}}{\varepsilon_{kr}^3} \, \psi^{3-n}$$

Wiedząc że współczynnik oporu:

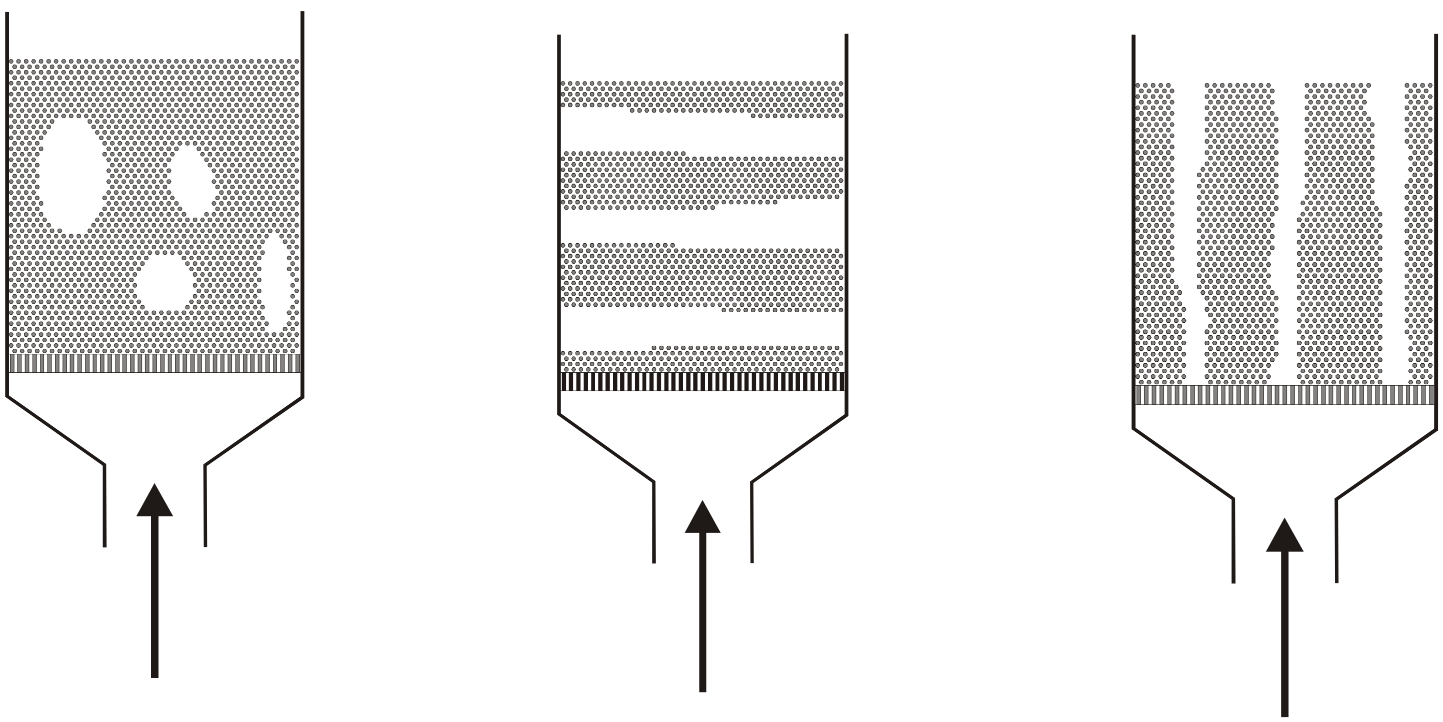
$$\lambda = \frac{400}{Re}$$

Otrzymujemy:

$$\boxed{w_{kr} = \frac{0{,}005 \, d_e^2 \, \rho \, g \, \varepsilon_{kr}^3}{\eta \, \psi^2 \left(1-\varepsilon_{kr}\right)}}$$

Dynamika warstwy fluidalnej

W praktyce warstwa fluidalna niestety nie jest jednorodna



a) powstawanie pęcherzy, b) pulsowanie tłokowe, c) kanalikowanie